



KTH Matematik

Signaler och system I för E2 och IT2, 5B1209, Me 5B1215/2

Tentamen fredag 2005-03-18, kl 08⁰⁰ – 13⁰⁰

Hjälpmedel: Zill-Cullen: Differential Equations with Boundary-Value Problems.
Oppenheim-Willsky: Signals and Systems.
E,IT:Hjalmarsson: Kompletterande kursmaterial i Signaler och System.
Me: Under kursen utdelad arbetsmaterial
BETA Mathematics Handbook.
Formelsamling i Signalteori
Räknedosa utan program.

Obs 1: Uppgifterna är ordnade varken kurskronologiskt eller efter svårighetsgrad.

Obs 2: Behandla inte mer än en uppgift per blad.
Varje steg i lösningen skall motiveras.
Bristfällig motivering kan ge poängavdrag.
Skriv svar (med enhet i förekommande fall).
Skriv namn och personnummer på varje inlämnat ark.
Fyll i antalet inlämnade ark på omslaget.

Tentamen består av sex uppgifter, vilka sammanlagd ger 50 poäng.
En summa av 24 poäng garanterar ett godkänt resultat, 32 respektive 40 poäng räcker för betygen 4 respektive 5.

Resultat: Anslås senast 3 arbetsveckor efter tentamen på matematikexpeditionens anslagstavla.

1) Givet differentialekvationen

$$y' = \frac{2xy^2 + x}{x^2y - y}, \quad y(2) = 2 \quad (1)$$

Bestäm lösningen,

samt ange det största intervall inom vilket lösningen är definierad. [8p]

2) $\mathbf{A}$ är en 2×2 matris med reella element, med egenvärdet

$$\lambda_1 = 1 - j$$

Vektorn $\mathbf{K}_1 = \begin{pmatrix} 2 \\ j \end{pmatrix}$ är en egenvektor hörande till λ_1 .

Bestäm, på reell form, allmänna lösningen till systemet

$$\frac{d}{dt} \mathbf{X}(t) = \mathbf{A} \mathbf{X}(t), \text{ med } \mathbf{X}(t) = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \quad [6p]$$

3) Bestäm den inversa TDFT av

$$X(e^{j\omega}) = \frac{-\frac{5}{6}e^{-j\omega} + 5}{1 + \frac{1}{6}e^{-j\omega} - \frac{1}{6}e^{-j2\omega}} \quad [8p]$$

4) Beräkna Fourier-transformen till

$$f(t) = \frac{2t + 1}{(t^2 + t + 1)^2} \quad [8p]$$

5) En harmonisk signal $x(t) = A \cos(2\pi ft + \varphi)$, $-\pi < \varphi \leq \pi$, samplades med sampel-frekvensen $f_s = 1000$ Hz. Följden av sampelvärden blev

$$x[n] = 10 \cos(0, 13\pi n + \pi/13).$$

Vilka är de möjliga värdena på A , f och φ om $0 < f < 1000$ Hz? [8p]

6) a) Bestäm för alla heltal $n \geq 1$ en partikulärlösning till

$$y'' + 4y = \sin 2nt \quad (2)$$

(Se särskilt upp med fallet $n = 1$).

b) Antag att $f(t) = -t$, $|t| < \pi/2$ är en π -periodisk funktion, d v s $f(t + \pi) = f(t)$ på hela $\mathbb{R}$. Bestäm f :s fourierserierutveckling.

c) Bestäm bland annat med hjälp av resultaten i uppgifterna a) och b) den allmänna lösningen till differentialekvationen

$$y'' + 4y = f(t) \quad [12p]$$

Lycka till!