

**Tentamen, 5B1209 och 5B1215:2, Signaler och system I, för E, ME och IT,
den 24 oktober 2006, kl 8.00 – 13.00**

Hjälpmedel: Zill-Cullen; Differential Equations with Boundary-Value Problems, Utdelat arbetsmaterial, Mathematics Handbook, kursens formelsamlingar, räknedosa.

För dem som läst kursen senast VT05 dessutom Oppenheim-Willsky: Signals and systems, Hjalmarsson: Kompletterande kursmaterial för Signaler och system I.

För betyget 3 krävs inklusive bonus minst 24p, för betyget 4 minst 32p och för betyget 5 minst 40p. 20 – 23p berättigar till en kompletterande tentamen.

Den som läst kursen senast VT 2005 ersätter uppgift 2 med uppgift 2⁺.

1. Bestäm funktionen $y(x)$ så att

$$x^2 \frac{dy}{dx} - xy = x^2 - 1$$

och $y(1) = 0$ och ange det största *intervall* i vilket lösningen är giltig. (6p)

2. (Räknas endast av dem som läst kursen HT05 eller senare.)

Bestäm $y(t)$ så att

$$3 y(t) + 3 \sin t = 3 \cos t + 10 \int_0^t y(\tau) \cos(t - \tau) d\tau \quad (8p)$$

- 2⁺. (Räknas endast av dem som läst kursen VT05 eller tidigare.)

En tidsdiskret signal ges av $x[n] = \sin(n/7) + \cos(n/4), n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

- a. Visa att signalen är 56-periodisk och bestäm dess diskreta fouriertransform (DFT:n). (4p)

- b. Beräkna $\sum_{n=1}^{56} x[n]$. (2p)

- c. Beräkna $\sum_{n=1}^{56} (x[n])^2$. (2p)

3. Man vet om serien

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jnt}$$

att $s(t) = e^{-t}$, då $-\infty < t < \infty$.

- a. Beräkna koefficienterna $c_n, n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ (4p)

- b. Vilket är det exakta värdet av $s(4)$? (2p)

- c. Vilket är det exakta värdet av $s(\infty)$? (2p)

Svaren får inte innehålla integraler eller serier.

(Uppgifterna b. och c. kan besvaras utan att man vet svaret i a.)

4. Bestäm funktionerna $x(t)$ och $y(t)$ så att

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} - 5 \frac{dy}{dt} &= -5x \\ 2 \frac{dx}{dt} - 5 \frac{dy}{dt} &= -25y\end{aligned}$$

och $x(0) = 1$ samt $y(0) = 2$.

(9p)

5. a. Beräkna fouriertransformen till signalen

$$x(t) = \text{sinc}(2t) * \frac{t+3}{t^2+6t+13}.$$

(6p)

(* betecknar fourierfaltning.)

- b. Vilken är signalens totala energi, $\int |x(t)|^2 dt$?

(3p)

–

Svaren får inte innehålla integraler eller oändliga serier.

6. En signal $x(t)$ har fouriertransformen

$$X(f) = (1 - 4f^2) \cdot \text{rect} f,$$

då frekvensen f mäts i Hz.

- a. Bestäm $x(t)$.

(6p)

- b. Vilken är den 4-periodiska fortsättningen av signalen $x(t)$?

(4p)

Svaren får inte innehålla några integraler eller serier.