

KTH Matematik

Tentamen fredagen den 23 oktober 2009 för ME, IT (m.fl.)
SF1635(/5B1209), Signaler och system I

Skrivtid: 8.00–13.00

Examinator: Bengt Ek, tel 790 6951.

Tillåtna hjälpmedel: BETA Mathematics Handbook,

”Formelsamling i Signalbehandling” (rosa),

”Formelsamling för Kursen SF1635 etc.” (särtryck från kompendiet).

Betygsgränser:

För betyg $\frac{A(/5)}{40}$ B $\frac{C(/4)}{32}$ D $\frac{E(/3)}{24}$ $\frac{FX(/K)}{20}$

krävs poäng (inklusive bonus)

Betygen 5, 4, 3, K gäller kurs 5B1209.

FX(/K) innebär rätt att skriva en kompletteringskrivning för betyg E(/3).

Tid och plats för den meddelas vid behov senare.

För att ge full poäng måste lösningarna vara ordentligt motiverade.

Ange vad införda beteckningar som inte är standard står för.

1a. (2p) Visa att $y(x) = e^{-x}$ är en lösning till differentialekvationen

$$xy'' + (2x + 2)y' + (x + 2)y = 0, \quad x > 0.$$

b. (5p) Finn den allmänna lösningen till ekvationen

$$xy'' + (2x + 2)y' + (x + 2)y = \frac{e^{-x}}{x}, \quad x > 0.$$

2. (7p) Bestäm de funktioner $x(t)$ och $y(t)$ som uppfyller

$$\begin{cases} x' + x = 10y \\ y' - 5y = -x \\ x(0) = 0, y(0) = 1 \end{cases}.$$

3. (8p) Ett linjärt tidsinvariant system (ett LTI-system) har pulssvaret

$$h(t) = e^{i\pi t} \operatorname{sinc}(3(t - 4)).$$

Vad blir utsignalen $y(t)$ då insignalen är $x(t) = \operatorname{sinc}(3t)$?

$$\operatorname{sinc}(t) \text{ betecknar här (som vanligt) } \sinus \text{ cardinalis, } \operatorname{sinc}(t) = \begin{cases} \frac{\sin \pi t}{\pi t}, & t \neq 0 \\ 1, & t = 0 \end{cases}.$$

V.g. vänd!

4. Låt

$$x(t) = \begin{cases} \sin |t|, & |t| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & |t| > \frac{\pi}{2} \end{cases}.$$

- a. (3p) Bestäm de generaliserade derivatorna $x'(t)$ och $x''(t)$.
- b. (4p) Använd $x(t) + x''(t)$ för att bestämma fouriertransformen $X(\omega)$.
- c. (3p) Bestäm den komplexa fourierserien (med koefficienter c_n , $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$) för den π -periodiska fortsättningen av $x(t)$.

5. Funktionen $y(t)$, $t \geq 0$ (deriverbar och med $y'(t)$ styckvis kontinuerlig och av exponentiell typ) uppfyller att

$$y(t) = \cos t + 2 \int_0^t y'(\tau) \sin(t - \tau) d\tau.$$

- a. (2p) Vad är $y(0)$?
- b. (6p) Vad är $y(t)$ för $t > 0$?

6. En funktion (signal) $x(t)$ har fouriertransformen

$$X(\omega) = \cos(4\omega) e^{-|\omega|}.$$

- a. (2p) Enligt formelsamling har funktionen $e^{-|t|}$ fouriertransformen $\frac{2}{1+\omega^2}$. Använd det för att finna en funktion som har transformen $e^{-|\omega|}$ (utan att slå upp den i tabellen).
- b. (3p) Finn $x(t)$.
- c. (5p) För vilka värden på L är den L -periodiska fortsättningen av $x(t)$,

$$x_L(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(t - nL),$$

periodisk med period $\frac{L}{2}$?

Uppgift c. kan lösas utan att a. eller b. har lösts.

Lycka till!

Lösningar kommer att läggas ut på kursidan.