

SF1635, Signaler och system I

Tentamen, måndagen den 11 juni 2012 kl 8.00–13.00.

Svara med motivering och mellanräkningar. Tillåtna hjälpmedel är formelsamlingen BETA samt utdelade formelsamlingarna.

För godkänd (betyg E) krävs minst 24 poäng. Betygsgränserna för övriga betyg är 28p för D, 32p för C, 36p för B samt 40p för A. Den som får 22p erbjuds möjlighet till komplettering till godkänd d v s till betyget E. Kontakta i så fall läraren!

L Y C K A T I L L !

- (6p) 1. Lös differentialekvationen

$$y'' = 2 \frac{y' + 1}{x + 2}$$

tillsammans med begynnelsevillkor $y(0) = -2$, $y'(0) = 7$.

- (8p) 2. Lös systemet av differentialekvationer

$$\begin{cases} x'(t) + 2x(t) = y(t); \\ y'(t) - 3y(t) = -6x(t) + e^{-t} \end{cases}$$

tillsammans med begynnelsevillkor $x(0) = 0$, $y(0) = 0$.

- (4p) 3. (a) Bestäm den generaliserade 1:a och 2:a derivatan av

$$f(t) = \begin{cases} -|t^2 - 1| & \text{för } |t| < 2, \\ 0 & \text{för övriga } t \end{cases}$$

Tips: Rita en figur!

- (3p) (b) Bestäm m h a resultatet i (a) Fouriertransformen $F(\omega)$ av $f(t)$.
Obs: Endast ett reellt svar ger full poäng!!

- (2p) (c) Bestäm också $F(0)$.

4. Funktionen $f_A(t)$ definieras som

$$f_A(t) = \int_{t-1}^{t+1} \frac{du}{u^2 + A^2},$$

där A är ett positivt tal.

- (5p) (a) Bestäm Fouriertransformen $F_A(\omega)$ av funktionen f_A .

- (4p) (b) Beräkna integralen

$$\int_{-\infty}^{\infty} F_{1/2}(\omega) e^{-|\omega|/2} d\omega.$$

Ledning. Skriv först funktionen f_A i form av en faltning.

5. Man vet om serien

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{int}, \quad -\infty < t < +\infty$$

att $s(t) = e^t$ i intervallet $-\pi < t < \pi$.

(5p) (a) Beräkna koefficienterna c_n , $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$

(2p) (b) Vilket är det exakta värdet av $s(4)$?

(2p) (c) Vilket är det exakta värdet av $s(\pi)$?

OBS! Svaren i (b) och (c) får inte innehålla serier!

(9p) 6. En harmonisk signal $x(t) = A \cos(2\pi ft + \varphi)$, $-\pi < \varphi \leq \pi$, samplades med sampelfrekvensen $f_s = 1000$ Hz. Följden av sampelvärden blev

$$x(nT) = 10 \cos(0, 22\pi n + \pi/13).$$

Vilka är de möjliga värdena på A , f och φ om $0 < f < 1000$ Hz?