Institutionen för matematik, KTH
Serguei Shimorin

SF1635, Signaler och system I
Tentamen, måndagen den 3 juni 2013 kl 8.00–13.00.

Svara med motivering och mellanräkningar. Tillåtna hjälpmedel är formelsamlingen BETA samt utdelade formelsamlingarna.

För godkänd (betyg E) krävs minst 24 poäng. Betygsgränserna för övriga betyg är 28p för D, 32p för C, 36p för B samt 40p för A. Den som får 22p erbjuds möjlighet till komplettering till godkänd d v s till betyget E. Kontakta i så fall läraren!

L Y C K A   T I L L !

(4p) **1.** (a) Bestäm den allmänna lösningen till det givna ODE-systemet

$$\begin{cases} x' = 2x - 5y; \\ y' = x - 2y. \end{cases}$$

Svaret skall vara i reell form!

(2p) (b) Bestäm även lösningen som går genom punkten $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ i tidsmoment $t = 0$.

(8p) **2.** Bestäm lösningen till begynnelsevärdesproblemet

$$y'' + 2y' + 2y = h(t);\ y(0) = 0;\ y'(0) = 1.$$

Här är

$$h(t) = \begin{cases} 2, \text{ om } \pi \le t < 2\pi; \\ 0, \text{ om } 0 \le t < \pi \text{ eller } t \ge 2\pi. \end{cases}$$

3. En Fourier serie

$$S(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(2nt)$$

konvergerar mot summan $S(t) = 1 - \cos(t)$ på intervallet $0 \le t \le \pi/2$.

(2p) (a) Bestäm $S(5\pi/4)$ samt $S(2\pi/3)$.

(4p) (b) Beräkna koefficienterna b_n.

(3p) (c) Bestäm summan $\sum_{n=1}^{\infty} |b_n|^2$.

VÄND!

4. Funktionen $x(t)$ ges av formeln

$$x(t) = \begin{cases} 1 & , \text{ om } |t| \le 1; \\ 2 - |t| & , \text{ om } 1 < |t| \le 2; \\ 0 & , \text{ om } |t| > 2. \end{cases}$$

(3p) (a) Rita grafer av funktioner $x(t)$, $x'(t)$, $x''(t)$.

(4p) (b) Bestäm Fouriertransform av $x''(t)$ och beräkna därefter Fouriertransform $X(\omega)$ av funktionen $x(t)$.

(2p) (c) Visa m h av resultatet i (b) att 3-periodiska fortsättningen av x är konstant på hela reella axeln. Bestäm denna konstant.

5. Ett linjärt tidsinvariant system (d v s ett LTI-system) transformerar insignalen $x_{\text{in}}(t) = e^{-t}\mathcal{U}(t)$ till utsignalen $x_{\text{ut}}(t) = e^{-3t}\mathcal{U}(t)$.

(4p) (a) Bestäm systemets pulssvar $h(t)$.

(5p) (b) Vad blir utsignalen då insignalen är $e^{-3t}\mathcal{U}(t)$?

Här $\mathcal{U}(t)$ är Heavisides funktion.

(9p) **6.** En signal $x(t)$ är sådan att dess Fouriertransform $X(\omega)$ är nollskild endast i intervaller $-4 \le \omega \le -2$ eller $0 \le \omega \le 2$. Signalen x antar följande värdena i punkter $n\pi$, där n är heltal:

$$x(n\pi) = \begin{cases} 1, \ n = 1; \\ -1, \ n = -1; \\ 0, \ n \ne \pm 1. \end{cases}$$

Bestäm värdena $x(m\pi/2)$, där m är godtyckligt heltal.