

Kompletteringstentamen i Matematik IV, 5B1210.

Måndagen den 4 december 2006, kl 1300-1600.

Hjälpmedel: BETA, Mathematics Handbook.

Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa.

Svaren skall ges på reell form.

Del 1 är avsedd för betyg 3 och omfattar 6 uppgifter.

För godkänt krävs att 5 moduler är godkända..

OBS! GODKÄNDA MODULER TILLGODORÄKNAS ENDAST FRÅN HÖSTEN 2006. OBS!

Denna tentamen är endast avsedd för de som efter den ordinarie tentamen uppnått tre eller fyra godkända moduler.

Del 1Modul 1.

Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y - \frac{2}{4-x}y = \frac{2x}{(4-x)^2}, \quad y(0) = 2.$$

Bestäm därefter lösningens existensintervall.

Modul 2.

$$0 \leq t < 2$$

$$2 \leq t < 4$$

Laplace-transformera funktionen $f(t) = \begin{cases} 3 & 0 \leq t < 2 \\ 6 & 2 \leq t < 4 \\ 0 & 4 \leq t \end{cases}$.

$$6 & 2 \leq t < 4$$

$$0 & 4 \leq t$$

Modul 3.

Någon eller några av följande partiella differentialekvationer

$$u_x = u + x + y, \quad u_x = u_y + u, \quad u u_x = u_y + u + x, \quad \text{där } u = u(x, y),$$

går att lösa med hjälp av variabelseparation.

Bestäm den lösning som uppfyller villkoret $u(x, 0) = 5e^{-x} + 6e^{3x}$.Modul 4.

Bestäm de stationära lösningarna samt bestäm om möjligt lösningarnas karaktär, typ och stabilitet/instabilitet, till följande icke-linjära system av differentialekvationer

$$\dot{x} = x(y - 2)$$

$$\dot{y} = y(x - 3).$$

Modul 5.Tröghetsmomentet med avseende på z-axeln för området D_{xy} ges av dubbelintegralen $\iint_{D_{xy}} (x^2 + y^2) dx dy$,där D_{xy} begränsas av kurvorna $xy = 2$, $xy = 4$, $x^2 - y^2 = 3$ och $x^2 - y^2 = 5$ i första kvadranten.

Bestäm tröghetsmomentet.

Modul 6. Bestäm flödet av vektorfältet $\mathbf{u} = (y, x, 1)$ genom den del av ytan $z = 2 - x^2 - y^2$ som ligger ovanför xy -planet. Normalens z -komponent är negativ.