

TENTAMEN I DIFF O TRANS III

Torsdagen den 15 December 2005

Den som är godkänd på KS j ska inte lösa uppgift j på tentan.
Betygsgränser är preliminärt 15-18 trea, 19-22 fyra och 23-27 femma.
Inga hjälpmedel är tillåtna.
Varje uppgift ger, rätt löst, tre poäng

1. Lös differentialekvationen

$$y'(x)\cos(x) - y(x)\sin(x) = 1$$

$$y(0) = 0$$

och ange det största intervall kring origo där lösningen är definierad.

2. Bestäm alla lösningar till differentialekvationen

$$y'' - y' - 2y = 3e^{-x}$$

3. Lös systemet

$$x'(t) = y(t)$$

$$y'(t) = x(t) \text{ med begynnelsevillkoret}$$

$$x(0) = 2, y(0) = 0$$

4a) Definiera Fouriertransformen och ange hur dess invers ser ut.

4b) Låt $f(t)$ ha Fouriertransformen $\hat{f}(w)$.

Hur ser Fouriertransformen $\hat{g}(w)$ ut om $g(t) = f(2t + 1)$?

5.a) Skriv differentialekvationen

$$u''(t) + u(t) - u(t)^3 = 0$$

som en första ordningens ordinär differentialekvation i planet.

b) Bestäm sedan alla stationära lösningar och klassificera dessa med avseende på typ och stabilitet om det är möjligt.

6. Bestäm alla lösningar till

$$x'(t) = 2x(t)$$

$$y'(t) = x(t) + 2y(t)$$

7. Låt $f(t)$ och $g(t)$ vara funktioner från $\mathcal{R}$ till $\mathcal{C}$
 som båda har period 2π och som uppfyller differentialekvationen
 $g''(t) + 2g(t) = f(t)$ för alla $t \in \mathcal{R}$
 Bestäm Fourierserien till g
 om $f(t) = 0$ för $0 < t < \pi$
 och $f(t) = 1$ för $\pi < t < 2\pi$

8a) Bestäm alla stationära lösningar till
 $x'(t) = 1 - x(t)^2$
 och klassificera dessa med avseende på stabilitet.
 b) Skissa lösningskurvorna (principiellt) för de fem begynnelsevärdena
 $x(0) = -2, -1, 0, 1, 2$

9. Lös randvärdesproblemet
 $u_{xx}(x, y) + u_{yy}(x, y) = 0$ $0 < x, y < 1$
 $u(0, y) = u(1, y) = 0$ om $0 < y < 1$ $u(x, 0) = 0$ om $0 < x < 1$
 och $u(x, 1) = \sin \pi x + \sin 3\pi x$ $0 < x < 1$

LYCKA TILL!/Lasse