KTH Matematik

Tentamen i kursen SF1605 Kompletteringskurs i linjär algebra.
Tisdagen den 20 maj 2014 kl 0800-1300.

För godkänt betyg (E) krävs minst 6 poäng.
Den som uppnår 5 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen.
För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 8, 10, 12 resp 14 poäng.
Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Uppgifter:

1. Använd induktion för att visa att $\sum_{k=1}^{n} k(k+1) = \frac{n}{3}(n+1)(n+2)$ för alla heltal $n \geq 1$. (2p)

2. Bestäm alla nollställen till polynomet $z^3 - 3(1+i)z^2 + (1+6i)z + 1 - 3i$. (3p)

3. Låt $V = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \right\}$. Utvidga V till en bas i M_{22} . (3p)

4. Betrakta vektorrummet M_{22} av reella $2 \times 2-$matriser.
   a) Visa att de matriser som kommuterar med matrisen $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ utgör ett underrum V i M_{22} . (1p)
   b) Bestäm en bas i V. (2p)
   c) Vi förser nu V med den inre produkten $\langle B, C \rangle = Tr(B^T C)$ där B och C är matriser ur V. Bestäm en ortogonal bas i V. (1p)

5. Betrakta vektorrummet P_n och "utvärderingsavbildningen" $T_r : P_n \to \mathbf{R}$ som definieras av att $T_r(p) = p(r)$ där $p \in P_n$ och $r \in \mathbf{R}$.
   a) Visa att T_r är linjär och surjektiv (onto) . (1p)
   b) Bestäm en bas i $Ker(T_r)$, som även kan betecknas $Null(T_r)$. (2p)