

Tentamen i kursen SF1606 Kompletteringskurs till Differential- och Integralkalkyl II.

Lördagen den 18 februari 2012 kl 0900-1400.

För godkänt betyg (E) krävs minst 7 poäng.

Den som uppnår 6 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen.

För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 9, 11, 13 resp 15 poäng. Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Uppgifter:

1. Avgör om serien $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n \sqrt{n+3}}$ är konvergent eller divergent. Ge en fullständig formulering av använda satser. (3p)

2. Bestäm det största och det minsta värde som antas av funktionen

$$f(x) = \int_0^x \frac{1-t}{(t+1)(t^2+1)} dt, \quad 0 \leq x \leq 2. \quad (3p)$$

- 3a) Definiera begreppet krökning för en kurva i $\mathbf{R}^3$. (1p)

- b) Krökningen för kurvan $\vec{r}(t) = (t + \sin t, t - \sin t, \sqrt{2} \cos t)$, $-\infty < t < +\infty$ har samma värde i alla punkter. Bestäm detta värde. (2p)

4. Visa att det finns en omgivning av punkten $(x, y, z, u) = (1, -3, 2, -1)$ i vilken ekvationssystemet
$$\begin{cases} x = z^2 + zu - u^2 \\ y = 2zu + u^2 \end{cases}$$
 definierar två (kontinuerligt deriverbara)

funktioner $z(x, y)$ och $u(x, y)$. Beräkna $\frac{\partial z}{\partial x}$ och $\frac{\partial u}{\partial y}$ i punkten $(x, y) = (1, -3)$. (3p)

5. Använd integralkalkylens medelvärdessats för att visa analysens huvudsats, dvs visa att om funktionen f är kontinuerlig i intervallet $a \leq x \leq b$ och

$$S(x) = \int_a^x f(t) dt \quad \text{så är funktionen } S \text{ deriverbar med derivatan } \frac{d}{dx} S(x) = f(x)$$

för alla $a < x < b$. (3p)

