

Tentamen i kursen SF1606 Kompletteringskurs till Differential- och Integralkalkyl II.

Måndagen den 4 juni 2012 kl 0800-1300.

För godkänt betyg (E) krävs minst 7 poäng.

Den som uppnår 6 poäng erhåller betyg Fx och kommer därmed att erbjudas en kompletteringstentamen.

För de högre betygen D,C,B och A gäller betygsgränserna 9, 11, 13 resp 15 poäng. Ordentliga motiveringar krävs. Inga hjälpmedel är tillåtna. Lycka till!

Uppgifter:

1. Avgör om serien $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2n+1} + e^{-n} \right)$ är konvergent eller divergent. Ge en fullständig formulering av använda satser. (3p)
2. Visa att funktionen $f(x) = 2 \arcsin(2x) + \sqrt{1-4x^2}$ är inverterbar. Bestäm definitionsområdet för den inversa funktionen $f^{-1}(x)$ och beräkna derivatan $(f^{-1})'(1)$. (3p)
3. Låt $\vec{F} = (xz - y^3 \cos z, x^3 e^z, xyz)$. Beräkna flödet av vektorfältet $\text{rot} \vec{F}$ ($\text{curl} \vec{F}$) genom den del av ytan $x^2 + y^2 + 2(z-1)^2 = 6$ för vilken $z \geq 0$. Ytans normalvektor pekar så att dess z -komponent är positiv för $z > 1$ och negativ för $0 \leq z < 1$. (3p)
4. Låt $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y^3}{x^4 + (x^2 + y^3)^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$
 - a) Avgör om f är kontinuerlig i origo. (2p)
 - b) Existerar $\frac{\partial f}{\partial x}$ och $\frac{\partial f}{\partial y}$ i origo? (1p)
- 5a) Ge en fullständig formulering av differentialkalkylens medelvärdessats. (1p)
 - b) Använd denna sats för att visa följande sats:
Om funktionen f är deriverbar på intervallet $a < x < b$ och om $f'(x) = 0$ för alla x på detta intervall så är f konstant där. (2p)

