

KTH Matematik

Tentamen i Tal och funktioner, SF1643, för Bio, I och K
den 30 september 2008

Inga hjälpmedel tillåtna. För betyg E (godkänt), D, C, B, A krävs minst 12, 15, 18, 20 respektive 22 poäng inklusive eventuella bonuspoäng. Om 10 – 11 poäng uppnås finns möjlighet att komplettera inom fyra veckor. Kontakta i så fall kursledaren.

1. Förenkla så långt som möjligt. (3p)

a) $\sqrt[3]{\frac{9^{5/2}}{\sqrt{3}}}$

b) $\frac{1}{2} \ln 100 - 2 \ln 2$

c) $\frac{2+3i}{5+i}$ (skriv på formen $x+iy$).

2. Lös följande ekvationer. (3p)

a) $\frac{x}{x+2} + \frac{1}{x} = 1$

b) $x - \sqrt{x+1} = 1$

c) $\cos 10x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

3. Lös olikheten

$$\frac{2x^2 - 3}{x + 2} \geq x. \quad (3p)$$

4. Bestäm koefficienten för x^9 i utvecklingen av $\left(x + \frac{1}{2x^2}\right)^{15}$. (3p)

Vänd!

5. Lös ekvationen $2 \cos 2x + 4 \cos x = -3$. (3p)

6. Hur stor är halveringstiden för den radioaktiva isotop vars massa minskat till 5 % av den ursprungliga efter 120 år. (3p)

7. Bestäm alla komplexa rötter till ekvationen

$$z^4 - 4z^3 + 2z^2 + 12z - 15 = 0. \quad (3p)$$

Ledning: En rot är $z = 2 + i$.

8. Visa med induktionsbevis att summan av de n första udda talen är n^2 , dvs visa att

$$\underbrace{1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1)}_{n \text{ första udda talen}} = n^2, \quad n \geq 1. \quad (3p)$$

Ledning: Med hjälp av summatecken kan vi skriva

$$1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = \sum_{j=1}^n (2j - 1).$$