

# KTH Matematik

Tentamen i Tal och funktioner, SF1643, för Bio, I och K  
den 12 januari 2009.

Inga hjälpmaterial tillåtna. För betyg E (godkänt), D, C, B, A krävs minst 12, 15, 18, 20 respektive 22 poäng inklusive eventuella bonuspoäng. Om 10 – 11 poäng uppnås finns möjlighet att komplettera inom fyra veckor. Kontakta i så fall kursledaren.

**1.** Förenkla så långt som möjligt. (3p)

a)  $\frac{1+7i}{2-i}$  (skriv på normalform);

b)  $\sqrt{\frac{\left(\frac{1}{25}\right)^{1/3}}{\sqrt[3]{5^4}}};$

c)  $\cos(2 \arctan \frac{1}{2})$ .

**2.** Lös följande ekvationer. (3p)

a)  $2^{3x} = 8 \cdot 4^x$ ;

b)  $\sqrt{x^2 - 3x} = \sqrt{3x - 5}$ ;

c)  $\ln \frac{1}{x} + 2 \ln x = 2$ .

**3.** Lös ekvationen  $\sin x = \cos 3x$ . (3p)

**4.** Lös olikheten  $\frac{x}{x-1} \leq 5$ . (3p)

Vänd!

5. Koefficienten för  $x^{10}$  i utvecklingen av  $(a + 3x)^{12}$  är 66. Bestäm möjliga värden på konstanten  $a$ . (3p)
6. Lös ekvationen  $3|x| - |x - 1| = 4$ . (3p)
7. Bestäm alla komplexa rötter till ekvationen  
$$z^4 - 6z^3 + 13z^2 - 18z + 30 = 0. \quad (3p)$$
- Ledning: En rot är  $z = 3 - i$ .
8. Visa att  $7^n - 1$  är jämnt delbart med 6 för alla heltalet  $n \geq 1$ . (3p)

**LYCKA TILL!**