KTH Matematik

Tentamen i Linjär algebra, SF1645, för Bio, K och I lördagen den 31/5 2008, kl. 8.00 - 13.00.

Inga hjälpmedel tillåtna.
Reglerna för bonuspoäng, komplettering och betyg är desamma som vid förstagångstentamen för respektive program. Samtliga behandlade uppgifter skall förses med utförliga motiveringar.
Maximalt en uppgift per blad.

1. Bestäm avståndet mellan z-axeln och linjen
$x = 1 + 3t,\ y = 2 - 4t,\ z = 5t.$ (3p)

2. Visa att skärningslinjen mellan planen
$x + 2y - 3z = 0$ och $-2x + 3y + 6z = 7$
inte skär planet $y = 0$. (3p)

3. Diagonalisera den av följande matriser som är diagonaliserbar.
$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$
(Här behöver inte den diagonaliserande transformationen anges.)
Visa dessutom att den andra matrisen inte är diagonaliserbar. (3p)

4. Betrakta matrisen $M = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -1 & -3 & 0 \\ 2 & 5 & 2 \end{pmatrix}.$
Bestäm M:s determinant samt egenvärdena till M och M^t. (3p)

5. En matris transformerar vektorer av typ (x, y, z) till (y, z, x). Bestäm matrisen och dess determinant. (3p)

V.g. vänd!

6. Lös ut X ur matrisekvationen $AXB = C$, där A och B är givna i uppgift 1 och $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. (3p)

7. Bestäm ett värde på k så att vektorerna $\bar{a} = (1, -1, 1, -1), \bar{b} = (0, 1, 1, 1)$ och $\bar{c} = (k, 0, 1, 0)$ blir linjärt beroende. (3p)

8a. Bestäm egenvärdena till matriserna K och K^{-1} , där $K = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.
(1p)

8b. Visa allmänt att om den kvadratiska matrisen A är inverterbar och A har egenvärdet λ, så har A^{-1} egenvärdet $1/\lambda$. (2p)