

SF1646, Analys i flera variabler.

Tentamen, lördagen den 14 mars 2009 kl 8.00–13.00.

Svara med motivering och mellanräkningar. Inga hjälpmedel tillåtna.

Varje uppgift ger 3p och för godkänd krävs minst 12 poäng. Den som får 11p erbjuds möjlighet att komplettera till godkänd.

Under kursen har tre skrivningar getts och godkänd skrivning **X** räknas som 3 poäng på uppgift **X**.

L Y C K A T I L L !

1. Bestäm ekvation för det tangentplan till ytan

$$3x^2 - 2xy - 2xz + 2y^2 + 2z^2 = 8$$

som är parallel med yz -planet d v s vinkelrät mot x -axeln (det kan finnas fler än ett sådant tangentplan).

2. Vilken punkt på ellipsen

$$2x^2 + 2xy + 3y^2 = 60$$

har största möjliga summan av koordinater x och y ?

3. Räkna ut trippelintegralen

$$\iiint_K (x^2 + y^2) dx dy dz$$

där kroppen K begränsas av ytor $z = x^2 + y^2$ och $z = 1$.

4. Bestäm alla stationära punkter till funktionen

$$f(x, y) = x^2 + ye^{x^2-y}.$$

Bestäm även deras karaktär (d v s lokalt max eller min eller sadelpunkt eller något annat).

5. Bestäm alla kontinuerligt deriverbara funktioner $g(x, y)$ som uppfyller differentialekvation

$$y^3 g'_x + x^3 g'_y = 0$$

genom att införa nya variablerna

$$u = x^4 - y^4; \quad v = xy.$$

6. Beräkna integralen

$$\iint_D (x^2 + y) dx dy$$

där D är triangeln med hörn i punkter $(-1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 0)$.

7. Beräkna massan av det ihåliga halv-klotet K som ges av olikheter

$$1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 9; \quad z \geq 0$$

om densiteten ges av

$$\rho(x, y, z) = \frac{1}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}.$$

VÄND!

8. En partikel som påverkas av kraften

$$\mathbf{F}(x, y) = \left(\frac{1}{x+1}, \frac{1-2y}{x+1} \right)$$

rör sig längs parabeln $x = y^2$ från punkten $(1, -1)$ till punkten $(1, 1)$. Beräkna det arbetet som kraften uträttar.

9. Räkna ut den generaliserade itererade integralen

$$\int_0^\infty \left(\int_y^\infty e^{-x^2} dx \right) dy$$

genom att byta ordningen av integrering.