

SF1658 Trigonometri och funktioner
Tentamen den 20 oktober 2008

Skrivtid: 9.00-12.00

Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare med sifferdisplay

Examinator: Roy Skjelnes

Varje uppgift motsvarar en kontrollskrivning. Varje uppgift poängsätts med högst 12 poäng där 6 poäng är gränsen för godkänt. Betyget på tentamen ges av summan av poängen från de fem delarna, under förutsättningen att alla är godkända, enligt följande. Betyg A, 52-60 poäng, betyg B, 44-51 poäng, betyg C, 38-43 poäng, betyg D, 34-37 poäng, betyg E, 30-33 poäng.

Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. Motivera väl! Presentationen ger upp till 3 poäng på varje uppgift. Lycka till!

1. a) Linjerna $y = x$ och $x = \sqrt{3}y$, samt cirkelskivan $x^2 + y^2 \leq 9$ avgränsar en cirkelsektor i första kvadrant. Bestäm öppningsvinkel, area och båglängd för cirkelsektoren. (4)

- b) Visa areasatsen för det fall då den ingående vinkeln är spetsig. (5)

2. a) Bestäm samtliga lösningar till ekvationen (4)

$$\cos\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

- b) I en triangel är cosinus av två vinklar $1/3$ och $1/4$, respektivt. Använd additionsformeln för cosinus för att bestämma cosinus av den tredje vinkeln. (3)

- c) Bestäm, exakt, (2)

$$\sin\left(\frac{\pi}{12}\right).$$

3. a) Skriv på form $a + bi$ när

$$i) \quad z = (3 + 2i)^3 \cdot \overline{(3 + 2i)}^3 \quad ii) \quad z = \frac{1}{2 + 5i}, \quad iii) \quad (3, \pi/5),$$

där talet i uppgift iii) ges i polära koordinater. (3)

- b) Bestäm alla lösningar till ekvationen $z^5 = 4 - 4i$. Det är tillåtet att använda trigonometriska funktioner i svaret. (3)

c) Skriv på form $a + bi$, talet (3)

$$(2 + 4i)^{-1}(4 + 8i)^2(6 + 12i)^3(8 + 16i)^{-4}.$$

4. a) Bestäm derivatan till (3)

$$\frac{\sin(x)}{e^{-x^2+2x}}.$$

b) Använd definitionen, och lämplig figur, för att bestämma derivatan av $\sin(\theta)$ i $\theta = 0$, där θ mäts i grader, ej radianer. (3)

c) Som i uppgiften innan mäter vi vinklarna i grader, och ej radianer. Bestäm derivatan till $\sin(\theta)$ i en godtycklig vinkel θ . (3)

5. a) Bestäm arean *mellan* funktionsgrafens till funktionen $\sin(2x - 1)$ och x -axeln över intervallet $[0, \pi]$. (4)

b) Hitta en primitiv funktion till $e^{2x} \cos(x)$. (3)

c) Bestäm volymen till rotationskroppen vi får vid att rotera funktionsgrafens till $f(x) = 1/x$ över intervallet $[1, R]$, för godtycklig $R \geq 1$. (2)