KTH Matematik

SF1658 (SF1620) Trigonometri och funktioner
Tentamen den 19 oktober 2009

Skrivtid: 8.00-11.00
Tillåtna hjälpmedel: Miniräknare med sifferdisplay
Examinator: Roy Skjelnes

Varje uppgift motsvarar en kontrollskrivning. Varje uppgift poängsätts med högst 12 poäng där 6 poäng är gränsen för godkänt. Betyget på tentamen (SF1658) ges av summan av poängen från de fem[1] delarna, under förutsättningen att alla är godkända, enligt följande skala. Betyg[2] A, 52-60 poäng, betyg B, 44-51 poäng, betyg C, 38-43 poäng, betyg D, 34-37 poäng, betyg E, 30-33 poäng.

Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. Motivera väl! Presentationen ger upp till 3 poäng på varje uppgift. Lycka till!

GEOMETRI, UPPGIFT TILLSVARANDE KS 1

1. a) Visa att $\sin(60^\circ) = \sqrt{3}/2$. **(2)**
   b) En triangel har sidor av längd 5 och 7, och en vinkel är 60 grader. Bestäm den största arean till en sådan triangel. **(4)**
   c) I en cirkel med radie r placeras en reguljär 12-hörning på ett sådant sätt att hörnen hamnar på cirkeln. Om sidorna i 12-hörningen har längd 2, vad är radien till cirkeln? **(3)**

TRIGONOMETRI, UPPGIFT TILLSVARANDE KS 2

2. a) Bestäm skärningspunkterna mellan funktionsgraferna till sinusfunktionen $f(x) = \sin(x/2 + \pi/6)$ och konstantfunktionen $g(x) = -1/2$. **(4)**
   b) Bestäm uttryck för A och ϕ sådan att $2\sin(\omega t) - 3\cos(\omega t) = A\sin(\omega t + \phi)$. **(3)**
   c) Bestäm exakt $\sin(14\pi/16)$. **(2)**

KOMPLEXA TAL, UPPGIFT TILLSVARANDE KS 3

3. a) Skriv följande komplexa tal på formen $a + bi$. **(3)**

$$a) \quad (2-3i)\overline{(-1-2i)} \quad b) \quad (3-i)^{-2} \quad c)(4-7i)^3(4-7i)^{-4}(4-7i)^2.$$

[1] Uppgift 3 ingår inte i tentamen för kursen SF1620 Matematik och modeller. Enbart de fira delarna som tillsvarar uppgifterna 1, 2, 4 och 5 ingår i tentamen för SF1620.

[2] Betyggränserna gäller inte för kursen SF1620.

b) Skriv på formen $a + bi$ talet **(2)**

$$(\cos(\pi/200) + i\sin(\pi/200))^{50}.$$

c) Låt z_1 och z_2 vara nollställen till polynomet $z^2 + az + b$, där a och b är reella tal. Visa att antigen har vi att $\overline{z_1} = z_1$ och $\overline{z_2} = z_2$, eller så har vi att $\overline{z_1} = z_2$ och $\overline{z_2} = z_1$. **(4)**

DERIVERING, UPPGIFT TILLSVARANDE KS 4

4. a) Bestäm derivatan till **(3)**

$$\sin^2(\cos(x^3)).$$

b) Du har att $\sin'(0) = 1$ och att $\cos'(0) = 0$. Använd derivatans definition för att bestämma $\sin'(x)$ i en godtycklig punkt. **(3)**

c) Omkretsen till en cirkel med radie r ges som bekant av $2\pi r$. Låt $A(r)$ vara arean till cirkeln med radie r. Använd derivatans definition samt lämpliga figurer för att bestämma $A(r)$. Vink: Bestäm först $A'(r)$.

(3)

INTEGRERING, UPPGIFT TILLSVARANDE KS 5

5. a) Bestäm arean mellan funktionsgrafen till funktionen $f(x) = \cos(x)$ och x-axeln, över intervallet $[-2\pi, 2\pi]$. **(2)**

b) Bestäm en primitiv funktion till $f(x) = 3\sin(2x)\sqrt{\pi + \cos(2x)}$. **(3)**

c) Bestäm t sådan att funktionen

$$F(t) = \int_0^{\pi/2} (t\cos(x) + e^{\sin(x)})^2 \, dx$$

har ett extremvärde. **(4)**