KTH, Matematik
Gunnel Roman och Maria Saprykina

Tentamen i SF1659, Matematik Baskurs 2010, 04-10-2010 .

Samtliga uppgifter poängsätts med maximalt 4 poäng vardera. Fullständiga lösningar krävs för full poäng. Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. Motivera väl och skriv prydligt och ordentligt.
Uppgifterna 1 och 2 svarar mot varsin kontrollskrivning. Godkänt på kontrollskrivning nummer j får automatiskt 4 poäng på uppgift j (som då inte ska lösas).
Uppgifterna 3–6 tar upp grundläggande kunskaper och färdigheter. Uppgifterna 7–9 är lite mer avancerade. Den som vill ha betyg C eller högre måste samla ett antal poäng på dessa uppgifter, sk VG-poäng.
Preliminära betygsgränser: A–31 poäng varav minst 8 VG poäng, B–26 poäng varav minst 5 VG poäng, C–21 poäng varav minst 2 VG poäng, D–17, E–15, Fx–13.

Uppgifter som motsvarar varsin KS

(1) Lös ekvationen $\dfrac{1}{\sqrt{x}} = 2\sqrt{x} + 1$.

(2) Lös ekvationen $4^x \cdot 2^{x^2} = 8^{x^3}$.

G–uppgifter

(3) a). Beräkna exakt $\cos^2 \dfrac{\pi}{8}$.

b). Bestäm värdet $\cos\left(\arcsin\left(-\dfrac{1}{2}\right)\right)$.

(4) Lös ekvationen $\sin x \cos x = \dfrac{1}{2}\cos 5x$.

(5) Lös olikheten $\dfrac{x^2 + 2x + 1}{x^2 - 3x + 2} \geq 0$.

(6) Lös ekvationen $2\ln x + \ln x^4 + \ln x^6 = \ln(12 - 4x^6)$.

VG–uppgifter

(7) Bestäm a så att koefficienten framför x^5 i utvecklingen av $\left(\dfrac{a}{3} + 2x\right)^8$ blir 28.

V.G.V.

(8) Låt $f(x) = ae^{kx}$ där a och k är konstanter.

a). Visa att följande likhet gäller för godtyckliga tal x_1 och x_2:

$$\left[f\left(\frac{x_1 + x_2}{2}\right)\right]^2 = f(x_1) \cdot f(x_2);$$

(exponential-lagarna behöver inte bevisas.)

b). Beräkna med hjälp av a). $f(3)$ då $f(1) = 4$ och $f(2) = 3$.

(9) Använd relationen $(e^a)^b = e^{ab}$ för att bevisa formeln $\ln(s^t) = t \ln s$ för $s > 0$ och $t > 0$.