KTH, Matematik
Gunnel Roman och Maria Saprykina

Tentamen i SF1659, Matematik Baskurs

Dag och tid: Lördag 18 februari 2012 kl. 9.00–14.00.
Samtliga uppgifter poängsätts med maximalt 4 poäng vardera. Fullständiga lösningar krävs för full poäng. Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. Motivera väl och skriv prydligt och ordentligt.
Uppgifterna 1 och 2 svarar mot varsin kontrollskrivning. Godkänt på kontrollskrivning nummer j får automatiskt 4 poäng på uppgift j (som då inte ska lösas).
Uppgifterna 3–6 tar upp grundläggande kunskaper och färdigheter. Uppgifterna 7–9 är lite mer avancerade. Den som vill ha betyg C eller högre måste samla ett antal poäng på dessa uppgifter, sk VG-poäng.
Preliminära betygsgränser: A–31 poäng varav minst 8 VG poäng, B–26 poäng varav minst 5 VG poäng, C–21 poäng varav minst 2 VG poäng, D–17, E–15, Fx–13.
Det finns möjlighet att komplettera betyget Fx inom 4 veckor. Kontakta i så fall Maria Saprykina (masha@kth.se).

Uppgifter som motsvarar varsin KS

1. Lös $|x+2|+|x-3|=5$.

2. Bestäm alla reella lösningar till följande ekvationer:
a). $2^{2x}+2^{x+1}=24$; (2p)

b). $\sqrt{x^2-10}=\sqrt{2x+5}$. (2p)

G-uppgifter

3. Bestäm alla x i intervallet $0 \leq x \leq 2\pi$ sådana att $\frac{1}{3}\sin^2 x = \cos^2\frac{\pi}{3}$.

4. Bestäm koefficienten framför den term som inte innehåller x i utvecklingen av

$$\left(\frac{x^8}{a}-\frac{b}{x^6}\right)^{14},$$

där $a \neq 0$ och $b \neq 0$ är reella tal.

5. Bestäm alla x som uppfyller olikheten

$$x \geq \frac{3}{x-2}.$$

6. Lös ekvationen

$$\frac{1}{2}\ln(5-4x)+\ln x=\ln(2x-1).$$

V.G.V.

VG-uppgifter

7. Förklara vad som menas med att en funktion är inverterbar. Visa att funktionen $f(x) = \sqrt{\ln(x+1)} + 2,\ \ x \geq 0$, är inverterbar, och bestäm dess invers.

8. a) Är det sant att $\ln(x+y) = \ln x \cdot \ln y$ för alla $x > 0$, $y > 0$? Bevisa ditt påstående.

b). Är det sant att $\ln(x+y) = \ln x + \ln y$ för alla $x > 0$, $y > 0$? Bevisa ditt påstående.
Du får, där så är lämpligt, använda dig av potenslagarna utan att bevisa dessa.

9. Bevisa att

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}, \quad 0 \leq x \leq 1.$$

Tips: använd räta trianglar.
Du får använda andra metoder, dock inte derivering.
(Notera att likheten gäller för $-1 \leq x \leq 1$, men du behöver inte bevisa det.)