KTH, Matematik
Kristian Bjerklöv, Gunnel Roman
och Maria Saprykina

Tentamen i SF1659, Matematik Baskurs, 01-10-2012 .

Samtliga uppgifter poängsätts med maximalt 4 poäng vardera. Fullständiga lösningar krävs för full poäng. Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. Motivera väl och skriv prydligt och ordentligt.
Uppgifterna 1 och 2 svarar mot varsin kontrollskrivning. Godkänt på kontrollskrivning nummer j får automatiskt 4 poäng på uppgift j (som då inte behöver lösas).
Uppgifterna 3–6 tar upp grundläggande kunskaper och färdigheter. Uppgifterna 7–9 är lite mer avancerade. Den som siktar på betyg C eller högre måste samla ett antal poäng på dessa uppgifter, sk VG-poäng.
Preliminära betygsgränser: A–31 poäng varav minst 8 VG poäng, B–26 poäng varav minst 5 VG poäng, C–21 poäng varav minst 2 VG poäng, D–17, E–15, Fx–14.
Det finns möjlighet att komplettera betyget Fx inom 4 veckor. Kontakta i så fall din kursledare (Kristian Bjerklöv, Gunnel Roman eller Maria Saprykina).
Inga hjälpmedel är tillåtna.

Uppgifter som motsvarar varsin KS

(1) a). Lös olikheten

$$\frac{1}{1-x} > \frac{1}{1+x}.$$

(2p.)

b) Lös ekvationen $|x-2|+2x=1$. (2p.)

(2) a). Lös ekvationen $\sin x + \cos x = 0$. (2p.)

b). Lös ekvationen $e^x - e^{-x} = 6$. (2p.)

G–uppgifter

(3) För vilka x gäller olikheten $x^3+2x>3x^2$?

(4) a) Visa att

$$\tan x = \frac{1-\cos 2x}{\sin 2x}.$$

(2p.)

b) Låt $y = \arctan \frac{1}{2}$. Bestäm $\cos y$. (2p.)

V.G.V.

(5) I en geometrisk summa är kvoten 3. Summan består av 10 termer, och produkten av de tre första termerna är 54. Beräkna summan.

(6) a) Lös ut y som funktion av x ur formeln

$$\ln(y-1) - \ln 2 = x + \ln x.$$

(2p.)

b) För vilka x gäller olikheten

$$\ln(x^2-2) \leq \ln x \ ?$$

(2p.)

VG–uppgifter

(7) Låt $f(x) = x \cdot 2^x$. Bestäm tal a och b så att

$$f(x+2) + af(x+1) + bf(x) = 0 \quad \text{för alla } x \in \mathbb{R}.$$

(8) Antag att tredjegradsekvationen

$$x^3 + ax + b = 0$$

har en dubbelrot r (dvs $x_1 = x_2 = r$ är rötter). Bestäm den tredje (och sista) roten x_3.

(9) Visa att

$$\sum_{k=0}^{n-1} (1+x)^k = \sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} x^{k-1} \quad \text{för alla } n \geq 1.$$

Tips: Tänk på att summan i vänsterledet är en geometrisk summa.