

KTH, Matematik
Kristian Bjerklöv, Gunnel Roman
och Maria Saprykina

Tentamen i SF1659, Matematik Baskurs, 10-01-2013 .

Samtliga uppgifter poängsätts med maximalt 4 poäng vardera. Fullständiga lösningar krävs för full poäng. Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. Motivera väl och skriv prydligt och ordentligt.

Uppgifterna 1 och 2 svarar mot varsin kontrollskrivning. Godkänd på kontrollskrivning nummer j får automatiskt 4 poäng på uppgift j (som då inte behöver lösas).

Uppgifterna 3–6 tar upp grundläggande kunskaper och färdigheter. Uppgifterna 7–9 är lite mer avancerade. Den som siktar på betyg C eller högre måste samla ett antal poäng på dessa uppgifter, sk VG-poäng.

Preliminära betygsgränser: A–31 poäng varav minst 8 VG poäng, B–26 poäng varav minst 5 VG poäng, C–21 poäng varav minst 2 VG poäng, D–17, E–15, Fx–14.

Det finns möjlighet att komplettera betyget Fx inom 4 veckor. Kontakta i så fall din kursledare (Kristian Bjerklöv, Gunnel Roman eller Maria Saprykina).

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Uppgifter som motsvarar varsin KS

(1) Lös olikheten

$$x + 1 \leq \frac{2}{x}.$$

(2) a). Man vet att $\sin x = \frac{2}{3}$, $0 < x < \frac{\pi}{2}$. Bestäm det exakta värdet av

$$\frac{3 \cos x - \cot x}{3 \sin x + \tan x}.$$

(3p.)

b). Lös ekvationen $\sin\left(3x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$. (1p.)

G-uppgifter

(3) a). Ett av talen 1, 2 och -3 är en lösning till ekvationen

$$x^3 + 6x^2 + 11x + 6 = 0.$$

Använd detta för att bestämma ekvationens samtliga lösningar. (2p.)

b). Lös olikheten $x^3 + 6x^2 + 11x + 6 < 0$. (2p.)

Vänd!

(4) a). Man vet att $f(t) = 0.75 \cdot 10^{kt}$, där k är en konstant. Vidare vet vi att $f(2) = 3$.
Beräkna $f(3)$. (2p.)

b). Lös ekvationen (2p.)

$$(\ln x^2)(\ln \sqrt{x}) - \ln \frac{1}{x} = 2.$$

(5) Lös ekvationen $\cos 2x = 9 \cos x - 5$.

(6) Vilken är högstgradstermen i $(x^3 - 3)^{16} - (x^4 - 4x)^{12}$?

VG-uppgifter

(7) Sätt $y = \arctan x$. Visa att $\cos^2 y = \frac{1}{1+x^2}$.

(8) Visa att det går att bestämma a, b, c sådana att för alla reella tal x gäller

$$\sqrt{x^4 + 6x^3 + 7x^2 - 6x + 1} = |ax^2 + bx + c|.$$

(9) Femte, tretioförsta och sista termen i en aritmetisk summa är $7, \frac{1}{2}$ respektive -8 . Bestäm antalet termer och summans värde.