KTH, Matematik
Kirsti Mattila, Gunnel Roman
och Maria Saprykina

Tentamen i SF1659, Matematik Baskurs
7 oktober 2013 kl. 13:00-18:00

Samtliga uppgifter poängsätts med maximalt 4 poäng vardera. Fullständiga lösningar krävs för full poäng. Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. Motivera väl och skriv prydligt och ordentligt.
Uppgifterna 1 och 2 svarar mot varsin kontrollskrivning. Godkänt på kontrollskrivning nummer j får automatiskt 4 poäng på uppgift j (som då inte ska lösas).
Uppgifterna 3–6 tar upp grundläggande kunskaper och färdigheter. Uppgifterna 7–9 är lite mer avancerade. Den som vill ha betyg C eller högre måste samla ett antal poäng på dessa uppgifter, sk VG-poäng.
Preliminära betygsgränser: A–31 poäng varav minst 8 VG poäng, B–26 poäng varav minst 5 VG poäng, C–21 poäng varav minst 2 VG poäng, D–17, E–15, Fx–13.
Det finns möjlighet att komplettera betyget Fx inom 4 veckor. Kontakta i så fall Maria Saprykina (masha@kth.se).

Uppgifter som motsvarar varsin KS

1 a). Lös ekvationen $\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x-2} - \dfrac{2}{x(x-2)} = 6.$ (2p.)

b). Lös olikheten $\dfrac{2+2x}{1-x^2} \leq 1.$ (2p.)

2. Lös ekvationen $\ln x - \ln \dfrac{2}{x} = \ln(x+4).$

G–uppgifter

3. Lös ekvationen $|x-1| + 2|x| = 4.$

4. Lös ekvationen $\sin(2x) = \tan x.$

5. a). Beräkna summan (2p.)

$$3 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^3 + \cdots + 2 \cdot 3^{n-1}.$$

b). En följd av positiva tal bildar en geometrisk talföljd. Visa att talens logaritmer (med godtyckligt bas) bildar en aritmetik talföljd. (2p.)

6. Ange alla reella tal x för vilka $\sum_{k=1}^{4} \binom{4}{k} x^k = 0.$

Var god vänd!

VG–uppgifter

7 a). Låt $f(x) = \arcsin x$. Bestäm definitionsmängd och värdemängd för $f(x)$. (2p.)

b). Låt $g(x) = \arcsin \frac{x}{1+x}$. Bestäm definitionsmängd för $g(x)$. (2p.)

8. För vilka reella tal x är

$$\frac{x^2+3}{|x|-5} < 20?$$

9. Bestäm alla reella konstanter k sådana att $x^2 + 2kx + 4k^2 - 2k = 0$ har
   a) en dubbelrot (två lika rötter);
   b) två olika reella rötter, x_1 och x_2;
   c) Bestäm därefter (utan att derivera) värdet av k sådan att $|x_1 - x_2|$ blir så stor som möjligt. Ange det maximala värdet.