

KTH, Matematik  
Kirsti Mattila, Gunnel Roman  
och Maria Saprykina

**Tentamen i SF1659, Matematik Baskurs**  
**8 januari 2014 kl. 08:00-13:00**

Samtliga uppgifter poängsätts med maximalt 4 poäng vardera. Fullständiga lösningar krävs för full poäng. Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. Motivera väl och skriv prydligt och ordentligt.

Uppgifterna 1 och 2 svarar mot varsin kontrollskrivning. Godkänt på kontrollskrivning nummer  $j$  får automatiskt 4 poäng på uppgift  $j$  (som då inte ska lösas).

Uppgifterna 3–6 tar upp grundläggande kunskaper och färdigheter. Uppgifterna 7–9 är lite mer avancerade. Den som vill ha betyg C eller högre måste samla ett antal poäng på dessa uppgifter, sk VG-poäng.

Preliminära betygsgränser: A–31 poäng varav minst 8 VG poäng, B–26 poäng varav minst 5 VG poäng, C–21 poäng varav minst 2 VG poäng, D–17, E–15, Fx–13.

Det finns möjlighet att komplettera betyget Fx inom 4 veckor. Kontakta i så fall Maria Saprykina (masha@kth.se).

**Uppgifter som motsvarar varsin KS**

- 1 a). Lös ekvationen  $\sqrt{2x^2 - 1} = x - 2$ . (2p.)
- b). Lös olikheten  $\frac{3x}{x + 4} < 1$ . (2p.)
2. a). Lös ekvationen  $e^{3x} = 3e^x$ . (1p.)
- b). Lös ekvationen  $\ln x + 2 \ln(x - 3) = \ln(4x - 12)$ . (3p.)

**G-uppgifter**

3. Lös ekvationen  $|2x^2 - 5| = 3x$ .
4. Beräkna
  - a).  $\sum_{k=0}^{11} \binom{11}{k}$  (2p.)
  - b).  $\sum_{k=6}^{55} (2k - 20)$  (2p.)
5. a). Hur många lösningar har ekvationen  $\cos x = \frac{|x|}{x}$  i intervallet  $-10 < x < 10$ ? (2p.)
- b). Bestäm alla reella tal som uppfyller:  $\cos\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $\tan x > 0$ ,  $|x| < \pi$ . (2p.)  
Var god vänd!

6. a). Härled formeln för den geometriska summan  $1 + q + q^2 + \dots + q^n$ .  
b). Skriv det ändliga decimaltalet 0,1212121212 som en geometrisk summa och beräkna summan med formeln a).

### VG-uppgifter

- 7 a). Ange definitions- och värdemängd till funktionen  $f(x) = \ln x$ . (1p.)  
b). För vilka reella tal  $x$  gäller olikheten (3p.)

$$\ln(x^2 - 2x) \leq 0 ?$$

- 8 Undersök om funktionen  $f$  resp.,  $g$  har invers och bestäm inversen i förekommande fall:  
a).  $f(x) = x|x|$   
b).  $g(x) = x + 2|x|$ .
9. Finns det några värden som funktionen  $f(x) = \frac{x^2+9}{2x}$  inte kan anta? Ange alla sådana värden.  
Ledning: Sätt  $y = f(x)$  och lös ut  $x$ .