Lösningsförslag till LS1

Vänster.

$z^2 - (2 + 2i)z + 4i = z^2 - 2(1 + i) + (1 + i)^2 - (1 + i)^2 + 4i = (z - (1 + i))^2 - (1 + i)^2 + 4i$
alltså ekvationen kan skrivas på formen $(z - 1 - i))^2 + 2i = 0$. Sätt $z - 1 - i = a + bi$ där a och b är reella tal. Vi har då $(a + bi)^2 = -2i$, $a^2 - b^2 + 2abi = -2i$ vilket ger

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 0 \Rightarrow b = \pm a \\ 2ab = -2 \end{cases}$$

Om $b = a$ ger den andra ekvationen att $a^2 = -1$ $\Rightarrow$ motsägelse, ty a är reellt.
För $b = -a$ ger den andra ekvationen att $a^2 = 1$ $\Rightarrow$ $a = 1$ och $b = -1$ eller $a = -1$ och $b = 1$.

Ur $z = a + bi + 1 + i$ får vi $z_1 = -1 + i + 1 + i = 2i$ och $z_2 = 1 - i + 1 + i = 2$. **Svar:** 2, 2i.

Höger.

$z^2 + (2 + 2i)z + 4i = z^2 + 2(1 + i) + (1 + i)^2 - (1 + i)^2 + 4i = (z + (1 + i))^2 - (1 + i)^2 + 4i$
alltså ekvationen kan skrivas på formen $(z + 1 + i))^2 + 2i = 0$. Sätt $z + 1 + i = a + bi$ där a och b är reella tal. Vi har då $(a + bi)^2 = -2i$, $a^2 - b^2 + 2abi = -2i$ vilket ger

$$\begin{cases} a^2 - b^2 = 0 \Rightarrow b = \pm a \\ 2ab = -2 \end{cases}$$

Om $b = a$ ger den andra ekvationen att $a^2 = -1$ $\Rightarrow$ motsägelse, ty a är reellt.
För $b = -a$ ger den andra ekvationen att $a^2 = 1$ $\Rightarrow$ $a = 1$ och $b = -1$ eller $a = -1$ och $b = 1$.

Ur $z = a + bi - 1 - i$ får vi $z_1 = 1 - i - 1 - i = -2i$ och $z_2 = -1 + i - 1 - i = -2$. **Svar:** −2, −2i.