

Lösningsförslag till LS2

Vänster.

Bestäm inversen till matrisen $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$\begin{aligned} (A | E) &= \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & | & 0 & 1 & 0 \\ 4 & 1 & 2 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} r_1 - r_2 \\ r_3 - 2r_2 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & | & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & | & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} r_2 - 2r_1 \\ r_3 - r_2 \end{array} \\ & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & -2 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & | & 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} r_3 - r_2 \\ r_1 + r_2 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & | & -2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & | & 2 & -5 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} r_2 - r_3 \\ r_1 + r_2 \end{array} \\ & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & | & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & | & 2 & -5 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} r_1 + r_2 \\ r_1 + r_2 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & | & 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & | & 2 & -5 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} r_1 + r_2 \\ r_1 + r_2 \end{array} \\ & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & | & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & | & -2 & 5 & -1 \end{pmatrix} = (E | A^{-1}) & \begin{array}{l} r_1 + r_2 \\ r_1 + r_2 \end{array} \end{aligned}$$

$$\text{Svar: } \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ 0 & 2 & -1 \\ -2 & 5 & -1 \end{pmatrix}$$

Höger.

Bestäm inversen till matrisen $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}$.

$$\begin{aligned} (A | E) &= \begin{pmatrix} 4 & 2 & 1 & | & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 1 & 1 & | & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} r_1 - r_3 \\ r_3 - 3r_1 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 1 & | & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 2 & | & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{array}{l} r_2 - 2r_1 \\ r_3 - 3r_1 \end{array} \\ & \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 3 & | & -2 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 5 & | & -3 & 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{array}{l} r_3 - 2r_2 \\ r_1 - r_3 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & | & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 3 & | & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & | & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} r_1 - r_3 \\ r_2 + 3r_3 \end{array} \\ & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & | & 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & | & 1 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & | & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} r_1 + r_2 \\ r_1 + r_2 \end{array} & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & | & 1 & -5 & 2 \\ 0 & 0 & -1 & | & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} \begin{array}{l} r_1 + r_2 \\ r_1 + r_2 \end{array} \\ & \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & | & 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & | & -1 & 5 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & | & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} = (E | A^{-1}) & \begin{array}{l} r_1 + r_2 \\ r_1 + r_2 \end{array} \end{aligned}$$

$$\text{Svar: } \begin{pmatrix} 1 & -3 & 1 \\ -1 & 5 & -2 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$