KTH Matematik

Lappskrivning nr1 i repkurs Linjäralgebra
1 augusti 2006, kl 14.30–15.00

Version höger.
Inga hjälpmedel

Presentation av lösningarna bedöms med 0-3 poäng för var och en av uppgifterna enligt följande:
* **0p** Lösningen saknar helt förklarande text eller är mycket osammanhängande med ekvationer,formler och beräkningar utspridda över papperet.
* **1p** Lösningen har dåligt med förklarande text eller förklarande text som är tvetydig eller svår att förstå.
* **2p** Lösningen har förklarnade text till de flesta formler och beräkningar, men inte överallt där det skulle behövas,eller lösningen har förklarande text i så stor omfattning att tankegången drunknar i text.
* **3p** Lösningen har bra förklarande text till alla formler och beräkningar.

När kontrollskrivningarna är rättade kan de återfås hos övningsläraren. Observera:
* Den som vill klaga över rättningen av sin skrivning skall skriva ner sina synpunkter (gärna kortfattat) och lämna klagoskriften + skrivningen till sin lärare för vidare befordran till den som har rättat.

För godkänt krävs minst 2 poäng av total 3 poäng.

Skrivningen skall lämnas tillbaka till din övningslärare med dina lösningsförslag

prog	Efternamn	Förnamn	Personnr	Resultat

Skriv ditt lösningsförslag på det här bladet. Om utrymmet inte räcker, använd baksidan

Låt $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$. Bestäm en matris $\boldsymbol{C}$ så att $\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{C}$ är diagonal och ange diagonalmatrisen.

KTH Matematik

Lappskrivning nr1 i repkurs Linjäralgebra
1 augusti 2006, kl 14.30–15.00

Version vänster.
Inga hjälpmedel

Presentation av lösningarna bedöms med 0-3 poäng för var och en av uppgifterna enligt följande:
* **0p** Lösningen saknar helt förklarande text eller är mycket osammanhängande med ekvationer,formler och beräkningar utspridda över papperet.
* **1p** Lösningen har dåligt med förklarande text eller förklarande text som är tvetydig eller svår att förstå.
* **2p** Lösningen har förklarnade text till de flesta formler och beräkningar, men inte överallt där det skulle behövas,eller lösningen har förklarande text i så stor omfattning att tankegången drunknar i text.
* **3p** Lösningen har bra förklarande text till alla formler och beräkningar.

När kontrollskrivningarna är rättade kan de återfås hos övningsläraren. Observera:
* Den som vill klaga över rättningen av sin skrivning skall skriva ner sina synpunkter (gärna kortfattat) och lämna klagoskriften + skrivningen till sin lärare för vidare befordran till den som har rättat.

För godkänt krävs minst 2 poäng av total 3 poäng.

Skrivningen skall lämnas tillbaka till din övningslärare med dina lösningsförslag

prog	Efternamn	Förnamn	Personnr	Resultat

Skriv ditt lösningsförslag på det här bladet. Om utrymmet inte räcker, använd baksidan

Låt $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$. Bestäm en matris $\boldsymbol{C}$ så att $\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{C}$ är diagonal och ange diagonal-matrisen.

Förslag till LS5

Vänster.

Egenvärdena till $\boldsymbol{A}$ fås ur ekvationen $\det(\boldsymbol{A} - \lambda \mathbf{E}) = 0$. Man får $\begin{pmatrix} 2-\lambda & 1 \\ 0 & 3-\lambda \end{pmatrix} = (2-\lambda)(3-\lambda) = 0$, vilket ger $\lambda_1 = 2$ och $\lambda_2 = 3$.

Egenvektorerna fås ur ekvationen $(\boldsymbol{A} - \lambda\mathbf{E})\boldsymbol{v} = \mathbf{0}$, $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\mathbf{0}$.

För $\lambda_1 = 2$ får man $\begin{pmatrix} 2-2 & 1 \\ 0 & 3-2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} b \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow a$ = godtycklig, $b = 0$. T.ex $\boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

För $\lambda_1 = 3$ får man $\begin{pmatrix} 2-3 & 1 \\ 0 & 3-3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} b-a \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow a = b$ = godtycklig. T.ex $\boldsymbol{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Matrisen $\boldsymbol{A}$ diagonaliseras av matrisen $\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ och diagonalmatrisen $\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{AC} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Svar: $\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ och $\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{AC} = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Höger.

Egenvärdena till $\boldsymbol{A}$ fås ur ekvationen $\det(\boldsymbol{A} - \lambda \mathbf{E}) = 0$. Man får $\begin{pmatrix} 3-\lambda & 0 \\ 2 & 1-\lambda \end{pmatrix} = (3-\lambda)(1-\lambda) = 0$, vilket ger $\lambda_1 = 1$ och $\lambda_2 = 3$.

Egenvektorerna fås ur ekvationen $(\boldsymbol{A} - \lambda\mathbf{E})\boldsymbol{v} = \mathbf{0}$, $\boldsymbol{v} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ $\mathbf{0}$.

För $\lambda_1 = 1$ får man $\begin{pmatrix} 3-1 & 0 \\ 2 & 1-1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2a \\ 2a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow a = 0$, b = godtycklig. T.ex $\boldsymbol{v}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

För $\lambda_1 = 3$ får man $\begin{pmatrix} 3-3 & 0 \\ 2 & 1-3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 2a-2b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Leftrightarrow a = b$ = godtycklig. T.ex $\boldsymbol{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Matrisen $\boldsymbol{A}$ diagonaliseras av matrisen $\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ och diagonalmatrisen $\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{AC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Svar: $\boldsymbol{C} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ och $\boldsymbol{C}^{-1}\boldsymbol{AC} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$.
