

Kontrollskrivning 1, Differential- och Integralkalkyl, 5B1104
Torsdag 27/1 2005 kl. 10.15–11.00
Version A

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, och ordentligt skrivna. Tillåtna hjälpmedel är formelsamlingen Beta. För godkänt krävs minst tre korrekt lösta uppgifter.

1. Skissa grafen till någon funktion $f(x)$ med egenskaperna

$$f(1) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 2, \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty,$$
$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -1, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1.$$

2. Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{x^2 + x - 6}.$$

Gränsvärdet är $\frac{7}{5}$.

3. Beräkna

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3 + x}{\sqrt{4x^2 + 7}}.$$

Gränsvärdet är $-\frac{1}{2}$.

4. Vilka av följande påståenden är sanna för alla kontinuerliga funktioner $f(x)$ definierade på intervallet $[-2, 2]$? (Endast svar krävs.)

- (a) Det finns en punkt x_0 i intervallet där $f(x_0) = 0$.
(b) $\lim_{h \rightarrow 0} (f(1+h) - f(1)) = 0$.
(c) Det finns punkter x_0 och x_1 i intervallet så att $f(x_0) \leq f(x) \leq f(x_1)$ för alla andra x i intervallet.

(b) och (c) är sanna.

5. Beräkna $f'(1)$ om

$$f(x) = \left(\sqrt{3x^2 + 1} - \frac{1}{x^2} \right)^5.$$

$f'(1) = \frac{35}{2}$