Institutionen för Matematik
KTH
Mattias Dahl

Kontrollskrivning 1, Differential- och Integralkalkyl, 5B1104
Torsdag 27/1 2005 kl. 10.15–11.00
Version B

Lösningarna skall vara fullständiga, välmotiverade, och ordentligt skrivna. Tillåtna hjälpmedel är formelsamlingen Beta. För godkänt krävs minst tre korrekt lösta uppgifter.

1. Skissa grafen till någon funktion $f(x)$ med egenskaperna

$$f(1) = -2, \quad \lim_{x\to 1+} f(x) = \infty, \quad \lim_{x\to 1-} f(x) = 0,$$
$$\lim_{x\to\infty} f(x) = 1, \quad \lim_{x\to -\infty} f(x) = -1.$$

2. Beräkna

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^2 + x - 12}{x^2 - x - 6}.$$

$\boxed{\text{Gränsvärdet är } \frac{7}{5}.}$

3. Beräkna

$$\lim_{x\to\infty} \frac{4 - x}{\sqrt{9x^2 + 1}}.$$

$\boxed{\text{Gränsvärdet är } -\frac{1}{3}.}$

4. Vilka av följande påståenden är sanna för alla kontinuerliga funktioner $f(x)$ definierade på intervallet $[-2, 2]$? (Endast svar krävs.)
   (a) Det finns punkter x_0 och x_1 i intervallet så att $f(x_0) \le f(x) \le f(x_1)$ för alla andra x i interallet.
   (b) $\lim_{h\to 0} \big(f(1+h) - f(1)\big) = 0$.
   (c) Det finns en punkt x_0 i intervallet där $f(x_0) = 0$.

$\boxed{\text{(a) och (b) är sanna.}}$

5. Beräkna $f'(1)$ om

$$f(x) = \left(\frac{1}{x^3} - \sqrt{5x^2 - 1}\right)^4.$$

$\boxed{f'(1) = 22}$