

Henrik Shahgholian
Institutionen För Matematik
KTH

Lappskrivning 1, 25/01/2005, Tid: 10.15-11.00
(Grupp A, version 1)

*Varje uppgift har maximalt 3 poäng. För en godkänd krävs totalt 5 poäng av 9.
Alla svar ska motiveras ordentlig med räkningar. INGA TILLÅTNA HJÄLPMEDEL*

- 1) Beskriv ytan $x^2 + x + y^2 - z^2 = 3$.
- 2) Bestäm tangentplanet till ytan $z = \frac{x+y^2}{x^3+y}$ i punkten $(1, 1, 1)$.
- 3) Beräkna andraderivatorna till funktionen

$$f(x, y) = \sqrt{y^2 + \sin x}.$$

Lycka till

Henrik Shahgholian
Institutionen För Matematik
KTH

Lappskrivning 1, 25/01/2005, Tid: 10.15-11.00
(Grupp A, version 2)

*Varje uppgift har maximalt 3 poäng. För en godkänd krävs totalt 5 poäng av 9.
Alla svar ska motiveras ordentlig med räkningar. INGA TILLÅTNA HJÄLPMEDEL*

- 1) Beskriv ytan $x^2 + y^2 + z - z^2 = 3$.
- 2) Bestäm tangentplanet till ytan $z = \frac{x^2+y}{x^3+y}$ i punkten $(1, 1, 1)$.
- 3) Beräkna alla andraderivatorna till funktionen

$$f(x, y) = \sqrt{-y^2 + \sin x}.$$

Lycka till

Henrik Shahgholian
Institutionen För Matematik
KTH

Lappskrivning 1, 25/01/2005, Tid: 11.15-12.00
(Grupp B, version 1)

*Varje uppgift har maximalt 3 poäng. För en godkänd krävs totalt 5 poäng av 9.
Alla svar ska motiveras ordentlig med räkningar. INGA TILLÅTNA HJÄLPMEDEL*

- 1) Beskriv ytan $x^2 + x - y^2 + z^2 = 3$.
- 2) Bestäm tangentplanet till ytan $z = \frac{3x-y^2}{x^3+y}$ i punkten $(1, 1, 1)$.
- 3) Beräkna alla andraderivatorna till funktionen

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + \sin y}.$$

Lycka till

Henrik Shahgholian
Institutionen För Matematik
KTH

Lappskrivning 1, 25/01/2005, Tid: 11.15-12.00
(Grupp B, version 2)

*Varje uppgift har maximalt 3 poäng. För en godkänd krävs totalt 5 poäng av 9.
Alla svar ska motiveras ordentlig med räkningar. INGA TILLÅTNA HJÄLPMEDEL*

- 1) Beskriv ytan $x^2 - y^2 + z + z^2 = 3$.
- 2) Bestäm tangentplanet till ytan $z = \frac{3x^2 - y}{x^3 + y}$ i punkten $(1, 1, 1)$.
- 3) Beräkna alla andraderivatorna till funktionen

$$f(x, y) = \sqrt{-x^2 + \sin y}.$$

Lösningsförslag till Lappskrivning 1, 25/01/2005
(Grupp B, version 2)

1) Beskriv ytan $x^2 - y^2 + z + z^2 = 3$.

Lösning: Kvadratkomplettera och få

$$x^2 - y^2 + (z + 1/2)^2 = 13/4,$$

som är en enmantlad hyperboloid, med

2) Bestäm tangentplanet till ytan $z = \frac{3x^2 - y}{x^3 + y}$ i punkten $(1, 1, 1)$.

Lösning: Derivering ger

$$z'_x = \frac{6x(x^3 + y) - 3x^2(3x^2 - y)}{(x^3 + y)^2}, \quad z'_x(1, 1) = 3/2$$

$$z'_y = \frac{-(x^3 + y) - (3x^2 - y)}{(x^3 + y)^2}, \quad z'_y(1, 1) = -1.$$

Ekvationen ges av

$$\begin{aligned} f(x, y) &= z(1, 1) + z'_x(1, 1)(x - 1) + z'_y(1, 1)(y - 1) = \\ &= 1 + (3/2)(x - 1) - (y - 1) = (3/2)x - y + 1/2 \end{aligned}$$

3) Beräkna alla andraderivatorna till funktionen

$$f(x, y) = \sqrt{-x^2 + \sin y}.$$

Lösning:

$$f'_x = -x(-x^2 + \sin y)^{-1/2}, \quad f'_y = \frac{\cos y}{2}(-x^2 + \sin y)^{-1/2}$$

$$f''_{xx} = -(-x^2 + \sin y)^{-1/2} - x^2(-x^2 + \sin y)^{-3/2}$$

$$f''_{yy} = \frac{-\sin y}{2}(-x^2 + \sin y)^{-1/2} - \frac{\cos^2 y}{4}(-x^2 + \sin y)^{-3/2}$$

$$f''_{xy} = f''_{yx} = \frac{x \cos y}{2}(-x^2 + \sin y)^{-3/2}$$