Henrik Shahgholian
Institutionen För Matematik
KTH

Lappskrivning # 7, 20/04/2005,
Tid: start tidigast: 08.15 (70 minuter max.)
(Version 1)

Varje uppgift har maximalt 3 poäng. För en godkänd krävs totalt 5 poäng av 9.
Alla svar ska motiveras ordentlig med räkningar. INGA TILLÅTNA HJÄLPMEDEL
.

---

1) Använd divergenssatsen för att beräkna ytintegralen

$$\int\int_S \mathbf{F} d\mathbf{S}$$

då $\mathbf{F} = (y + z^2, \cos(x), z)$, och ytan S är enhetsklottet.

2) Låt $\mathbf{F}$ vara en rotationsfri vktorfält. Vad är då linjeintegralen för vektorfältet över en sluten kurva? Ge också ett exempel på en rotationsfri vektorfält.

3) Bestäm värdet på linjeintegralen $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ då $\mathbf{F} = (-y^3, z^3, -x^3)$ och C är den kurva som vi får genom skärningen mellan ytorna:

$$y^2 + z^2 = 1, \qquad 2z + 2y + x - 3 = 0$$

Lycka till

Institutionen För Matematik
KTH

Lappskrivning # 7, 20/04/2005,
Tid: start tidigast: 08.15 (70 minuter max.)

(Version 2)

Varje uppgift har maximalt 3 poäng. För en godkänd krävs totalt 5 poäng av 9.
Alla svar ska motiveras ordentlig med räkningar. INGA TILLÅTNA HJÄLPMEDEL
.

---

1) Använd divergenssatsen för att beräkna ytintegralen

$$\int\int_S \mathbf{F} d\mathbf{S}$$

då $\mathbf{F} = (x, \cos(z), xy)$, och ytan S är enhetsklottet.

2) Låt **F** vara en rotationsfri vktorfält. Vad är då linjeintegralen fö vektorfältet över en sluten kurva? Ge också ett exempel på en rotationsfri vektorfält.

3) Bestäm värdet på linjeintegralen $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ då $\mathbf{F} = (-y^3, z^3, -x^3)$ och C är den kurva som vi får genom skärningen mellan ytorna:

$$2z + 2y + x = 3, \qquad y^2 + z^2 = 1$$

Lycka till

Lösningsförslag till Lappskrivning 7, 20/04/2005
(Version 2)

1) Divergenssatsen ger

$$\int\int_S \mathbf{F} d\mathbf{S} = \int\int\int_K \mathrm{div}\mathbf{F} dV$$

där K är klotet Då $\mathbf{F} = (y + z^2, \cos(x), z)$, får vi div$\mathbf{F} = 1$ och integralen blir

$$\int\int_S \mathbf{F} d\mathbf{S} = \int\int\int_K dV = \text{Volymen för klotet.}$$

2) Då $\mathbf{F}$ är en rotationsfri vktorfält blir linjeintegralen identiskt noll, pga Stokes sats. Ngra exempel på en rotationsfri vektorfält är ∇f, då f är en deriverbar funktion.

3) Se exempel 1, sidan 975 i boken och byt då plats mellan x och z variabler. Man lser problemet p samma stt. Hr kommer doch rkningarna att bli lite svrare.
Svar: $267\pi/4$.