LÖSNINGSFÖRSLAG TILL TENTAN I LINJÄR ALG
5B1108, UTGÅENDE KURS MÅ 22 AUG 05

1. $\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 3 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & -3 & 1 & -1 & 0 \end{array}\right)$

$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & +1 & -1 & +1 & +2 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 0 & 2 & -1 & -4 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 2 \end{array}\right)$

$\sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 3 & -2 & -7 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & 2 \end{array}\right) \Rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -7 \\ -1 & 1 & 3 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$

2. $1-i = \sqrt{2}\, e^{-i\frac{\pi}{4}}$ och $1+i = \sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{4}}$

$\Rightarrow (1-i)^{13}(1+i)^{-15} = \sqrt{2}^{-2}\, e^{-i\frac{\pi}{4}(13+15)} = \frac{1}{2} e^{-i7\pi} = -\frac{1}{2}$

3. $\det\begin{pmatrix} 1 & a & 1+a \\ 4 & a & 0 \\ 3 & 0 & 3+a \end{pmatrix} = (1+a)(-3a) + (3+a)(a-4a)$

$= -3a(1+a+3+a) = -6a(a+2)$

dvs systemet saknar unik lösning precis då $a=0$ eller $a=-2$

Titta på fallet $a=0$ först. Det ger syst.

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 3 & 9 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

som ger $(x,y,z) = (1,y,2)$, $y \in \mathbb{R}$

För fallet $a=-2$ har vi systemet