$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 1 & 9 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 1 & -2 & -1 & -5 \\ 3 & 0 & 1 & 9 \end{array}\right)$$

Eftersom $3 \neq -5$ saknar detta system lösning.

SLUTSATS: Endast för $a=0$ har systemet oändligt många lösningar, nämligen $(x,y,z) = (1,y,2)$ där y godt. reellt tal.

4. Sätt $z=0$ så fås systemet

$$\begin{Bmatrix} x - y = -1 \\ 2x + y = 4 \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \begin{Bmatrix} x = 1 \\ y = 2 \end{Bmatrix}$$

dvs punkten $q = (1,2,0)$ ligger i planet liksom $p = (1,1,1)$

Sätt nu $z=1$ så får vi

$$\begin{Bmatrix} x - y - 1 = -1 \\ 2x + y + 2 = 4 \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \begin{Bmatrix} x = y \\ 3x = 2 \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2/3 \\ y = 2/3 \end{cases}$$

dvs även punkten $r = (\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, 1)$ ligger i planet

Vi har nu tre punkter i vårt plan, så dess ekvation ges av

$$\det\begin{pmatrix} x-1 & 1-1 & 2/3-1 \\ y-1 & 2-1 & 2/3-1 \\ z-1 & 0-1 & 1-1 \end{pmatrix} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\det\begin{pmatrix} x-1 & 0 & 1 \\ y-1 & 1 & 1 \\ z-1 & -1 & 0 \end{pmatrix} = (x-1)\cdot 1 - (y-1)(1) + (z-1)(-1) = 0$$

dvs $-x+y+z=1$, är planets ekv.