5. $3x^2 - 2x(y+2z) + 2y^2 + 3z^2 - 2yz$

$$= \left(\sqrt{3}x - \frac{1}{\sqrt{3}}(y+2z)\right)^2 - \frac{1}{3}(y^2+4z^2+4yz) + 2y^2+3z^2-2yz$$

$$= \left(\sqrt{3}x - \frac{y}{\sqrt{3}} - \frac{2z}{\sqrt{3}}\right)^2 + \frac{5}{3}y^2 - \frac{10}{3}yz + \frac{5}{3}z^2$$

$$= \left(\sqrt{3}x - \frac{1}{\sqrt{3}}y - \frac{2}{\sqrt{3}}z\right)^2 + \frac{5}{3}(y-z)^2 \geqslant 0$$

Svaret i 5a är således nej.
För 5b måste $y = z$ och
$3x - y - 2y = 0$ dvs $x = y = z$, så
den kvadratiska formen försvinner
på linjen $x = y = z$

6. $$\det\begin{pmatrix} 1-\lambda & 1 & 1 \\ 2 & 1-\lambda & -1 \\ 0 & -1 & 1-\lambda \end{pmatrix} = (1-\lambda)((1-\lambda)^2-1) - 2((1-\lambda)+1)$$

$= -\lambda^3 + 3\lambda^2 - 4 = \{\lambda = -1$ är en lösn$\} =$
$= -(\lambda+1)(\lambda^2 - 4\lambda + 4) = -(\lambda+1)(\lambda-2)^2$
dvs $\lambda_1 = -1$, $\lambda_2 = 2$, $\lambda_3 = 2$ är egenvärdena
För $\lambda_1 = -1$ får vi syst.

$$\begin{Bmatrix} 2x + y + z = 0 \\ 2x + 2y - z = 0 \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \begin{Bmatrix} 2x + y + z = 0 \\ y = 2z \end{Bmatrix}, \text{ dvs}$$

$(x,y,z) = t(-3,4,2)$, $t \in \mathbb{R}$ egenvektorer.
För $\lambda_2 = \lambda_3 = 2$ fås syst.

$$\begin{Bmatrix} -x + y + z = 0 \\ 2x - y - z = 0 \\ -y - z = 0 \end{Bmatrix} \Leftrightarrow \begin{Bmatrix} x = 0 \\ y = -z \end{Bmatrix}, \text{ dvs}$$

$(x,y,z) = s(0,-1,1)$, $s \in \mathbb{R}$ egenvektorer
Egenrummet är endast tvådimensionellt
varför A inte kan diagonaliseras.