

10. Vi vet att $A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = -2\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix}$
och att

$$A\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Bestämmer vi $x, y \in \mathbb{R}$ så att

$$x\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + y\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \text{dvs } \begin{cases} x - y = 1 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

Som ger $x = \frac{2}{3}$ och $y = -\frac{1}{3}$

Således har vi av A:s linjäritet att

$$A\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = A\left(\frac{2}{3}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \left(-\frac{1}{3}\right)\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}\right) = \frac{2}{3} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -4 \end{pmatrix} - \frac{1}{3}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -3 \end{pmatrix}.$$