LÖSNINGSFÖRSLAG TILL TENTAN 5B1109

LINJÄR ALG II FÖR DI OCH FI

MÅND 22 AUG 05

1. $3^{n+1} - 2(n+1)+3 = 2\cdot 3^n + (3^n - 2n+3) - 2 =$

$= (3^n - 2n+3) + 2(3^n - 1)$

Men 3 är udda $\Rightarrow 3^n - 1$ är jämnt $\Rightarrow$

$2(3^n-1)$ är delbart med 4 $\forall n = 1,2,3\ldots$

Så om $3^n - 2n+3$ är delbart mod 4, så

är $3^{n+1} - 2(n+1)+3$ delbart mod 4.

Vidare är $3^1 - 2\cdot 1 + 3 = 4$, så saken är klar.

2. $(1-i)^{13}(1+i)^{-15} = \sqrt{2}^{\,13-15}\; e^{-i\frac{\pi}{4}\cdot 13} \cdot e^{-i\frac{\pi}{4}\cdot 15} =$

$= \frac{1}{2} e^{-i\cdot 7\pi} = -\frac{1}{2}$

3. $\det\begin{pmatrix} 1 & a & 1+a \\ 4 & a & 0 \\ 3 & 0 & 3+a \end{pmatrix} = (-a)(12+4a) + a(3+a-3-3a)$

$= a(-12-6a) = -6a(a+2)$

<u>om $a=0$</u> har vi:

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 3 & 9 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 3 \end{array}\right)$ dvs $(x,y,z) = (1, y, 2)$

är lösning $\forall y \in \mathbb{R}$

<u>om $a=-2$</u> har vi:

$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 4 & -2 & 0 & 4 \\ 3 & 0 & 1 & 9 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -2 & -1 & 3 \\ 3 & 0 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 & 9 \end{array}\right)$ som saknar lösning.