4. Sätt $z=0$: $x-y=-1$ & $2x+y=4$

$\Rightarrow 3x=3 \Rightarrow x=1$ & $y=2$

dvs $(1,2,0)$ ligger i planet

sätt nu $z=1$: $x=y$ & $3x=2$

dvs $(2/3, 2/3, 1)$ ligger i planet

Dessutom visste vi att $(1,1,1)$ ligger i planet, som således har ekvationen

$$\det\begin{pmatrix} x-1 & 1-1 & 2/3-1 \\ y-1 & 2-1 & 2/3-1 \\ z-1 & 0-1 & 3/3-1 \end{pmatrix} = 0 \quad , \text{dvs}$$

$$\det\begin{pmatrix} x-1 & 0 & -1 \\ y-1 & 1 & -1 \\ z-1 & -1 & 0 \end{pmatrix} = (x-1)(-1)-(y-1)(-1)+(z-1)(1)=0$$

dvs $-x+y+z=1$

5. $9x^2+6y^2+9z^2-6xy-12xz-6yz =$

$= 3^2x^2 - 2\cdot 3x(y+2z) + 6y^2+9z^2-6yz$

$= (3x-y-2z)^2 + 5(y-z)^2 \geq 0$

Så formen är aldrig negativ

Noll blir den däremot på hela linjen $x=y=z\in\mathbb{R}$.

6. $$\det\begin{pmatrix} 1-\lambda & 1 & 1 \\ 2 & 1-\lambda & -1 \\ 0 & -1 & 1-\lambda \end{pmatrix} = \ldots = -(\lambda^3-3\lambda^2+4) = \{\lambda=-1 \text{ ok}\}$$

$= -(\lambda+1)(\lambda-2)^2 \Rightarrow \lambda_1=-1,\ \lambda_2=\lambda_3=2$

För λ_1 fås $(x,y,z)=t(-3,4,2)$, $t\in\mathbb{R}$

och för $\lambda_2=\lambda_3=2$ fås endast egenvektorerna

$(x,y,z)=s(0,-1,1)$.

Således kan inte A diagonaliseras eftersom egenrummet endast är tvådimensionellt,