7. Lös: $x(2,6,0,4)+y(-3,1,2,-1) = (-5,5,4,0)$
om $\Leftrightarrow$ $y=2$ & $x=1/2$ (kolla!)
Sätt $v_3=(1,0,0,0)$ och $v_4=(0,1,0,0)$

$$\det\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ v_3 \\ v_3 \end{pmatrix} = \det\begin{pmatrix} 2 & 6 & 0 & 4 \\ -3 & 1 & 2 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \neq 0 \Leftrightarrow \det\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \neq 0$$

$\Leftrightarrow \{v_1, v_2, v_3, v_4\}$ är bas för $\mathbb{R}^4$.

8. $T\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$ transponera

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 2 & 0 & -1 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 0 & -1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & -1 \end{array}\right)$$

$$\Rightarrow T^t = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 2 \\ 0 & -1/2 & -1 \\ -2 & -1 & -1 \end{pmatrix} \Rightarrow T = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 1 & -1/2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

9. (a) En bas är en linjärt oberoende mängd vektorer som spänner rummet

(b) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ -2 & 5 & 3 & -3 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 3 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ ger

basen $\{(1,-2,0,1), (0,1,3,-1)\}$

10. $\dim \operatorname{Im} A = \operatorname{rank} A = \dim \text{colspace} = m$
$\Rightarrow A : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$ är surjektiv, så om $e_1, \ldots e_m$
är standardbasen i $\mathbb{R}^m$ så existerar
$a_1, a_2 \ldots, a_m$ i $\mathbb{R}^n$ sådana att $Aa_j = e_j \quad 1 \le j \le m$
$\Rightarrow A[a_1\, a_2 \ldots a_m] = [e_1\, e_2 \ldots e_m] = I_m$
dvs $B = [a_1 \ldots a_m]$ duger som högerinvers till A.