

Matematiska Institutionen  
KTH

**Lösning till lappskrivning nummer 2A till kursen Linjär algebra II, 5B1109,  
för D1 den 26/10-2006, 10.15-10.35.**

Namn:

Personnummer:

Resultat:

Lösningen räknas som godkänd om det mesta är rätt. Godkänd uppgift ger 1 bonuspoäng vid tentamensskrivning på kursen. Detta gäller ordinarie tentamenstillfället och tentamensskrivningar fram till augusti 2007.

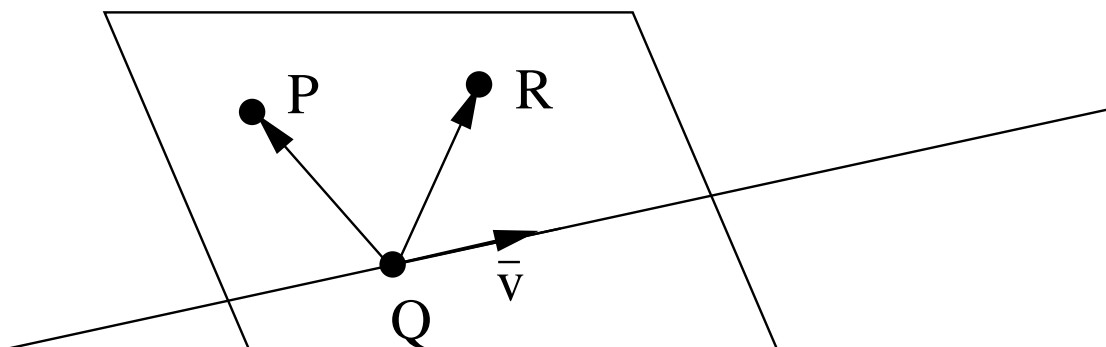
**OBS Svaret skall motiveras och lösningen skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.**

**Problem:**

Bestäm ekvationen för det plan som innehåller punkten  $P = (2, 3, 1)$  och linjen med parameterformen  $(x(t), y(t), z(t)) = (1, 2, 1) + t(1, 2, 2)$ .

**Tips:** Börja med att rita en figur!

**Lösning:**



Låt  $P = (2, 3, 1)$ ,  $Q = (1, 2, 1)$  och  $\vec{v} = (1, 2, 2)$ .

Linjens ekvation kan då skrivas

$$(x(t), y(t), z(t)) = Q + t\vec{v}.$$

$\vec{v}$  och  $\overrightarrow{QP}$  är vektorer i planet, med  $\overrightarrow{QP} = P - Q = (2, 3, 1) - (1, 2, 1) = (1, 1, 0)$ .

$\vec{n} = \overrightarrow{QP} \times \vec{v}$  är därmed en normalvektor till planet.

$$\vec{n} = \overrightarrow{QP} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{e}_1 & \vec{e}_2 & \vec{e}_3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 \end{vmatrix} = \vec{e}_1 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} - \vec{e}_2 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + \vec{e}_3 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (2, -2, 1).$$

Låt  $R = (x, y, z)$  vara en godtycklig punkt i planet. Då är planets ekvation  $\bar{n} \cdot \overline{QR} = 0$ .

$$\overline{QR} = R - Q = (x, y, z) - (1, 2, 1) = (x - 1, y - 2, z - 1).$$

Vi får

$$(2, -2, 1) \cdot (x - 1, y - 2, z - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2x - 2y + z + 1 = 0.$$

Svar: Planets ekvation är  $2x - 2y + z + 1 = 0$ .