Matematiska Institutionen
KTH

Lösning till lappskrivning nummer 2B till kursen Linjär algebra II, 5B1109, för D1 den 26/10-2006, 10.15-10.35.

Namn:

Personnummer:

Resultat:

Lösningen räknas som godkänd om det mesta är rätt. Godkänd uppgift ger 1 bonuspoäng vid tentamensskrivning på kursen. Detta gäller ordinarie tentamenstillfället och tentamensskrivningar fram till augusti 2007.

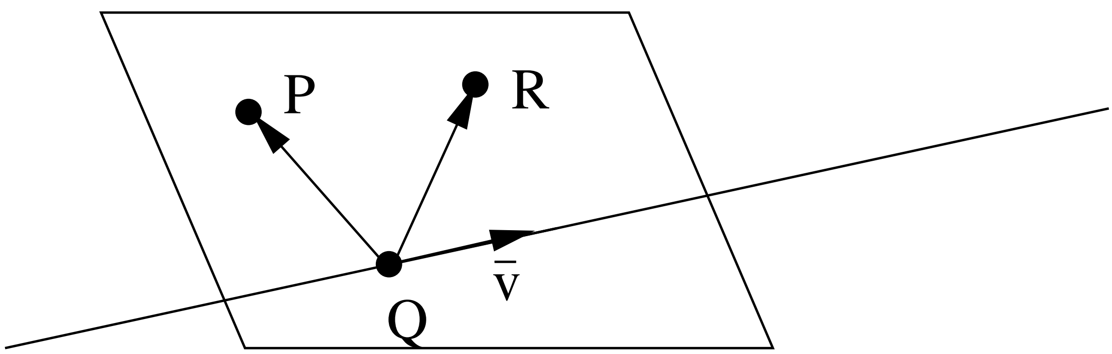
OBS Svaret skall motiveras och lösningen skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

Problem:

Bestäm ekvationen för det plan som innehåller punkten $P = (3, 2, 1)$ och linjen med parameterformen $(x(t), y(t), z(t)) = (2, 1, 1) + t(1, 2, 1)$.

Tips: Börja med att rita en figur!

Lösning:



Låt $P = (3, 2, 1)$, $Q = (2, 1, 1)$ och $\overline{v} = (1, 2, 1)$.
Linjens ekvation kan då skrivas

$$(x(t), y(t), z(t)) = Q + t\overline{v}.$$

$\overline{v}$ och $\overline{QP}$ är vektorer i planet, med $\overline{QP} = P - Q = (3, 2, 1) - (2, 1, 1) = (1, 1, 0)$.
$\overline{n} = \overline{QP} \times \overline{v}$ är därmed en normalvektor till planet.

$$\overline{n} = \overline{QP} \times \overline{v} = \begin{vmatrix} \overline{e}_1 & \overline{e}_2 & \overline{e}_3 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \overline{e}_1 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} - \overline{e}_2 \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} + \overline{e}_3 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} = (1, -1, 1).$$

Låt $R = (x, y, z)$ vara en godtycklig punkt i planet. Då är planets ekvation $\overline{n} \cdot \overline{QR} = 0$.
$\overline{QR} = R - Q = (x, y, z) - (2, 1, 1) = (x - 2, y - 1, z - 1)$.
Vi får

$$\begin{aligned} & (1, -1, 1) \cdot (x - 2, y - 1, z - 1) = 0 \\ \Leftrightarrow \quad & x - y + z - 2 = 0. \end{aligned}$$

Svar: Planets ekvation är $x - y + z - 2 = 0$.