

Matematiska Institutionen
KTH

**Lösning till lappskrivning nummer 4B till kursen Linjär algebra II, 5B1109,
för D1 den 15/11-2006, 13.15-13.35.**

Namn:

Personnummer:

Resultat:

Lösningen räknas som godkänd om det mesta är rätt. Godkänd uppgift ger 1 bonuspoäng vid tentamensskrivning på kursen. Detta gäller ordinarie tentamenstillfället och tentamensskrivningar fram till augusti 2007.

OBS Svaret skall motiveras väl och lösningen skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

Problem:

Lös i minstakvadratmening följande system

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 + -2x_2 = 1 \\ x_1 + 3x_2 = 5 \end{cases}$$

Lösning:

Vi skriver först upp det linjära ekvationssystemet på matrisformen $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$,

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}.$$

Minstakvadratlösningen beräknas genom att lösa normalekvationerna $A^T A\mathbf{x} = A^T \mathbf{b}$, dvs

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix} \\ \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 14 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} 6 \\ 12 \end{pmatrix} \\ \Leftrightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 2 & 2 & 6 \\ 2 & 14 & 12 \end{array} \right) &\Leftrightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 2 & 2 & 6 \\ 0 & 12 & 6 \end{array} \right) \Leftrightarrow \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/2 \\ 1/2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\text{Svar: } \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5/2 \\ 1/2 \end{pmatrix}$$