

Matematiska Institutionen  
KTH

**Några övningar på linjära ekvationssystem och matriskalkyl inför lappskrivning nummer 1 på kursen linjär algebra II, 5B1109, ht 06.**

**OBSERVERA** Några av uppgifterna nedan är nog svårare än det lappskrivningsproblem som kommer vid lappskrivningen.

1. Bestäm samtliga lösningar till ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x + 3y + 4z = 4 \\ x + 2y + 5z = 0 \\ x + 3y + z = 6 \end{cases}$$

2. Bestäm samtliga lösningar till ekvationssystemet

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z = 8 \\ -x + 5y + z = 10 \\ x - 18y + z = -38 \end{cases}$$

3. För vilka värden på talen  $a$  och  $b$  saknar systemet

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z + u = 8 \\ -x + 5y + z + 2u = 10 \\ x - 18y + z + au = b \end{cases}$$

lösning.

4. Låt  $\mathbf{A}$  och  $\mathbf{B}$  beteckna nedanstående matriser

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Bestäm en invers till matrisen  $\mathbf{A}$  och använd denna invers för att bestämma en matris  $\mathbf{X}$  sådan att  $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$ .

5. Låt matriserna  $\mathbf{A}$  och  $\mathbf{B}$  vara som ovan. Beräkna

$$(\mathbf{AA})^{-1}, \quad (\mathbf{A} + \mathbf{A})^{-1}, \quad (\mathbf{A}^{-1} + \mathbf{A}^{-1})^T, \quad (\mathbf{B}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^T \quad \text{och} \quad (\mathbf{B}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^{-1}.$$

6. Bestäm samtliga värden på det reella talet  $a$  för vilka det homogena systemet nedan har icke-triviala lösningar.

$$\begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + ay + a^2z = 0 \\ x + 2y + az = 0 \end{cases}$$

7. Bestäm talet  $a$  så att systemet nedan har minst en lösning

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 1 \\ 3x - y + 2z = a \\ x - 5y + 8z = 1 \end{cases}$$

8. Om  $\mathbf{A}$  är symmetrisk och  $\mathbf{B}$  inte är symmetrisk är det då sant eller falskt att  $\mathbf{AB}$  aldrig kan vara symmetrisk.