Matematiska Institutionen
KTH

Några övningar på allmänna vektorrum inför lappskrivning nummer 3 på kursen Linjär algebra II, ht 06.

OBS Några av uppgifterna nedan är kanske svårare än den uppgift som kommer på lappskrivningen.

1. Undersök om det finns några värden på talet a för vilka de fyra vektorerna $(1, 2, 1, 3)$, $(1, 0, -1, 2)$, $(1, 1, 1, 1)$ och $(2, a, a, 2a)$ blir linjärt oberoende i R^4.

2. Undersök om vektorn $(1, 2, 1, 2)$ tillhör

$$span\{(1, 2, 3, 4), (1, 0, 1, -1), (2, 1, 1, 0)\}.$$

3. Bestäm dimension och ange en bas för det minsta delrum till R^5 som innehåller vektorerna $(1, 2, 1, 2, 1)$, $(3, 2, 1, 1, 3)$, $(-1, -1, 2, 1, 1)$ och $(3, 3, 4, 4, 5)$.

4. Visa att de vektorer (x_1, x_2, x_3, x_4) i R^4 som satisfierar ekvationen

$$x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 0$$

bildar ett delrum L_1 till R^4. Bestäm en bas för detta delrum och ange dess dimension.

5. Låt L_2 vara det delrum till R^4 som består av de vektorer (x_1, x_2, x_3, x_4) sådana att

$$x_1 = x_2 + x_3 - x_4 = 0.$$

Låt L_1 vara som i föregående uppgift. Då gäller att de vektorer som tillhör både L_1 och L_2 bildar ett delrum till R^4. Bestäm dimension och en bas för detta delrum.

6. Bestäm baser för kolonnrummet, radrummet och nollrummet till nedanstående matris:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}.$$

Ange också matrisens rang.

7. Visa att vektorerna $(1, 1, 1, 1)$, $(1, 1, -1, -1)$, $(1, -1, 1, -1)$ och $(1, -1, -1, 1)$ bildar en bas för R^4 och bestäm sedan koordinmaterna fór vektorn $(1, 2, 3, 4)$ i denna bas.

8. Visa att de tre vektorerna $\bar{e}_1 = (1, 2, -2, 1)$, $\bar{e}_2 = (2, 1, 3, 1)$ och $\bar{e}_3 = (1, 3, 4, 1)$ är linjärt oberoende i R^5 och komplettera sedan med en vektor $\bar{e}_4$ så att $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$, $\bar{e}_3$ och $\bar{e}_4$ bildar en bas för R^4.

Lösningar kommer förhoppningsvis ut på kurshemsidan senast två dagar före lappskrivning 3.