

Matematiska Institutionen  
KTH

**Några övningar på linjära avbildningar inför lappskrivning nummer 5 på kursen linjär algebra II, ht 06.**

**OBS** Några av uppgifterna nedan är kanske svårare än den uppgift som kommer på lappskrivningen nästa onsdag.

1. För en linjär avbildning  $A : R^3 \rightarrow R^3$  gäller att  $A(1, 0, 0) = (1, 2, 1)$ ,  $A(0, 1, 0) = (2, -1, 2)$  och  $A(0, 0, 1) = (1, 1, 1)$ .
  - (a) Bestäm  $A(2, 1, 0)$ .
  - (b) Bestäm  $A$ :s nollrum.
  - (c) Bestäm  $A$ :s bildrum.
  - (d) Givet basen  $\bar{f}_1 = (1, 1, 1)$ ,  $\bar{f}_2 = (1, 1, -1)$  och  $\bar{f}_3 = (1, -1, 0)$ . Bestäm avbildningens matris relativt denna bas, dvs bestäm  ${}_f\mathbf{A}_f$ .
  - (e) Låt  $\bar{e}_1$ ,  $\bar{e}_2$  och  $\bar{e}_3$  beteckna standardbasen i  $R^3$ . Bestäm matriserna  ${}_e\mathbf{A}_f$ ,  ${}_f\mathbf{A}_e$  och  ${}_e\mathbf{A}_e$ .
2. Låt  $A$  beteckna den linjära avbildning från  $R^3$  till  $R^3$  som består av först en spegling i planet  $x_1 + x_2 - 2x_3 = 0$  och därefter en projektion på planet  $2x_1 + x_2 + 2x_3 = 0$ .
  - (a) Bestäm matrisen för denna linjära avbildning relativt standardbasen.
  - (b) Bestäm avbildningens bildrum och nollrum.
3. Om den linjära avbildningen  $A$  vet man att  $A(1, 2, -1) = (2, 2, 1)$ ,  $A(0, 1, 3) = (2, 1, 1)$  och  $A(1, 1, 1) = (1, 1, 0)$ . Bestäm den inversa avbildningens matris relativt standardbasen.
4. Visa att avbildningen  $A$  från  $R^3$  till  $R^3$  definierad genom

$$A(x_1, x_2, x_3) = (x_1 + x_2, x_2 + x_3, 1 + x_3 + x_1) \quad (x_1, x_2, x_3) \in R^3$$

inte är linjär.

5. (a) Konstruera en linjär avbildning  $A$  från  $R^4$  till  $R^4$  sådan att  $A$ :s bildrum har dimension 2 och  $A \circ A$  avbildar alla vektorer på nollvektorn.
- (b) Visa att detta är omöjligt om  $A$  är en linjär avbildning från  $R^3$  till  $R^3$ .

**Lösningar** kommer förhoppningsvis ut på kurshemsidan senast några dagar före lappskrivningen.