Matematiska Institutionen
KTH

Lappskrivning nummer 5A till kursen Linjär algebra II, 5B1109, för F1 den 16/11 2006, 10.15-10.35.

Namn: OLOF HEDEN

Resultat: G

Lösningen räknas som godkänd om det mesta är rätt. Godkänd uppgift ger 1 bounspoäng vid tentamensskrivning på kursen. Detta gäller ordinarie tentamenstillfället och tentamensskrivningar fram till augusti 2007.

OBS Svaret skall motiveras och lösningen skrivas på detta pappers fram- och baksida. Inga hjälpmedel är tillåtna.

Problem

Låt A vara den linjära avbildning från R^2 till R^2 som definieras av att

$A(1,2) = (2,0)$
$A(-2,-3) = (1,1)$

Bestäm avbildningens matris relativt standardbasen $\bar{e}_1 = (1,0)$, $\bar{e}_2 = (0,1)$.

Lösning: För matrisen $\mathbf{A}$ skall gälla att

$$\mathbf{A}\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{och} \quad \mathbf{A}\begin{pmatrix} -2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Detta går att skriva som

$$\mathbf{A}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Detta ger

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\frac{1}{1\cdot(-3)-2\cdot(-2)}\begin{pmatrix} -3 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8 & 5 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$$