Matematiska Institutionen
KTH

Några övningar på allmänna vektorrum inför lappskrivning nummer 3 på kursen Linjär algebra II, ht 06.

OBS Några av uppgifterna nedan är kanske svårare än den uppgift som kommer på lappskrivningen nästa torsdag.

1. Undersök om det finns några värden på talet a för vilka de fyra vektorerna $(1, 2, 1, 3)$, $(1, 0, -1, 2)$, $(1, 1, 1, 1)$ och $(2, a, a, 2a)$ blir linjärt oberoende i R^4.

2. Undersök om vektorn $(1, 2, 1, 2)$ tillhör
$$span\{(1, 2, 3, 4), (1, 0, 1, -1), (2, 1, 1, 0)\}.$$

3. Bestäm dimension och ange en bas för det minsta delrum till R^5 som innehåller vektorerna $(1, 2, 1, 2, 1)$, $(3, 2, 1, 1, 3)$, $(-1, -1, 2, 1, 1)$ och $(3, 3, 4, 4, 5)$.

4. Visa att de vektorer (x_1, x_2, x_3, x_4) i R^4 som satisfierar ekvationen
$$x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 0$$
bildar ett delrum L_1 till R^4. Bestäm en bas för detta delrum och ange dess dimension.

5. Låt L_2 vara det delrum till R^4 som består av de vektorer (x_1, x_2, x_3, x_4) sådana att
$$x_1 = x_2 + x_3 - x_4 = 0.$$
Låt L_1 vara som i föregående uppgift. Då gäller att de vektorer som tillhör både L_1 och L_2 bildar ett delrum till R^4. Bestäm dimension och en bas för detta delrum.

6. Bestäm baser för kolonnrummet, radrummet och nollrummet till nedanstående matris:
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 3 & -1 & -2 \\ -1 & -1 & 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}.$$
Ange också matrisens rang.

7. Visa att vektorerna $(1, 1, 1, 1)$, $(1, 1, -1, -1)$, $(1, -1, 1, -1)$ och $(1, -1, -1, 1)$ bildar en bas för R^4 och bestäm sedan koordinmaterna fór vektorn $(1, 2, 3, 4)$ i denna bas.

8. Visa att de tre vektorerna $\bar{e}_1 = (1, 2, -2, 1)$, $\bar{e}_2 = (2, 1, 3, 1)$ och $\bar{e}_3 = (1, 3, 4, 1)$ är linjärt oberoende i R^5 och komplettera sedan med en vektor $\bar{e}_4$ så att $\bar{e}_1$, $\bar{e}_2$, $\bar{e}_3$ och $\bar{e}_4$ bildar en bas för R^4.

Lösningar kommer förhoppningsvis ut på kurshemsidan senast tisdagen den 24 oktober.