

Institutionen för Matematik  
KTH  
Kirsti Mattila

**Tentamensskrivning, Kompletteringskurs i matematik 5B1114**

Onsdagen den 27 augusti 2003, kl 14.00-19.00

Preliminära betygsgränser för 3, 4 och 5 är 28, 42 och 54 poäng.  
Inga hjälpmedel är tillåtna.

.....

1. Lös ekvationen  $z^2 - 2z + 2iz + 3 + 2i = 0$ . (4p)
2. Beräkna  $\iint_A xy \, dx \, dy$  där  $A$  är området som begränsas av linjerna  $y = x, y = 2 - x$  och  $y = 0$ . (4p)
3. Beräkna linjeintegralen  $\int_C -xy^3 \, dx + 2x^2y \, dy$  där  $C$  är kurvan  $xy = 1$  från punkten  $(1, 1)$  till punkten  $(\frac{1}{3}, 3)$ . (4p)
4. För en linjär avbildning  $T : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}^2$  gäller att  $T(2, 1) = (3, 2)$  och  $T(1, 2) = (4, -1)$ . Bestäm  $T(5, 1)$ . (4p)
5. Beräkna totala flödet av vektorfältet  $\mathbf{F} = (x^2yz, xy^2z, xyz^2)$  ut ur området som definieras av  $0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 3$ . (4p)
6. Antag att funktionen  $g : \mathbf{R}^2 \rightarrow \mathbf{R}$  har kontinuerliga partiella derivator av andra ordningen. Låt  $f(x, y) = g(e^{x+y}, e^{x-y})$ . Uttryck den partiella derivatan  $D_{12}f$  med hjälp av  $g$ 's partiella derivator. (5p)
7. Sök de kritiska punkterna till funktionen  $f(x, y) = \cos x + \cos y$  i cirkelskivan  $x^2 + y^2 < 16$  och bestäm deras karaktär. (4p)

v.g. vänd

8. Beräkna  $\iint_S e^{x+y} dS$  där  $S$  är den del av planet  $x + y + z = 1$ , där  $0 \leq x \leq 1$  och  $0 \leq y \leq 1$ . (6p)

9. Beräkna volymen av den del av cylindern  $x^2 + y^2 \leq 1$  som begränsas av planen  $z = 0$  och  $x + y + z = 2$ . (6p)

10. Låt  $A = \begin{pmatrix} 19 & 18 \\ -27 & -26 \end{pmatrix}$ .

a) Bestäm en diagonalmatris  $D$  och en inverterbar matris  $P$  så att  $P^{-1}AP = D$ . (3p)

b) Bestäm en matris  $B$  sådan att  $B^3 = A$ . (3p)

11. Vilka värden antar funktionen  $f(x, y) = x^2 + 3y^2 + y$  på halvellipsen  $x^2 + 4y^2 = 4$ ,  $y \geq 0$ ? (6p)

12. a) Visa att vektorfältet  $\mathbf{F}(x, y, z) = (y^2 + 2xz, z^2 + 2xy, x^2 + 2yz)$  har en potentialfunktion.

b) Beräkna linjeintegralen  $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$  där  $C$  är kurvan  $x = t - t^2$ ,  $y = t^3$ ,  $z = t^4$  och  $t$  går från 0 till 1. (6pt)

13. Beräkna trippelintegralen

$$\iiint (2x^2 - y^2) dx dy dz.$$

över klotet  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$ . (7p)

---