Dagens 17/11

1. Lös ekvationssystemet:

a. $\begin{cases} 2x + y + z = 5 \\ 3x + 2y + z = 7 \\ 4x + y + 2z = 9 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 3x + 2y + z + 2v = 2 \\ 2x + 3y + 2z + v = 1 \\ 2x + 2y + 3z + 3v = 3 \\ 4x + y + z + 3v = 4 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 2x + y + z = 0 \\ 7x + 3y + 2z = 2 \\ 5x + 2y + z = 1 \end{cases}$

2. Bestäm konstanterna *a, b* och *c* så att ekvationssytemet $\begin{cases} ax + by + cz = 0 \\ 2bx + 2ay + cz = 4 \\ cx + by + 3az = 0 \end{cases}$ får lösningen $x = 1$, $y = 1$ och $z = -1$.

3. För vilka värden på konstanterna *a* och *b* har ekvationssystemet $\begin{cases} ax + 6y = 6 \\ x + by = 2 \end{cases}$ precis en lösning? Oändligt många lösningar? Ingen lösning?
Ledning: Tolka ekvationsystemet geometriskt. Varje ekvation beskriver då en rät linje i planet.

4. Visa att ekvationssystemet $\begin{cases} x + 2y + z = a \\ 2x + 5y + 3z = b \\ x - 4y - 5z = c \end{cases}$ är lösbart om och endast om $c = 13a - 6b$. Lös ekvationssystemet i detta fall.

5. Lös ekvationssystemet

a. $\begin{cases} 2x + y + z = 9 \\ 3x + y + z = 12 \\ x + 2y + z = 8 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 3x + y + 3z = 1 \\ 2x + 3y + 2z = 2 \\ 2x + y + 2z = 3 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 2x + 2y + z = 2 \\ 3x + 3y + 2z = -1 \\ 2x + 2y + 3z = -14 \end{cases}$

Svar

1. a. $(x,y,z) = (1,1,2)$. b. $(x,y,z,v) = (1,-1,1,0)$. c. Ingen lösning.

2. $a = 2,\ b = 2,\ c = 4$.

3. $ab \neq 6 \Rightarrow$ en; $a = 3$ och $b = 2$ oändligt många; $ab = 6$ och $a \neq 3 \Rightarrow$ ingen.

4. $x = 5a - 2b + t,\ y = b - 2a - t,\ z = t$.

5. a. $x = 3$, $y = 2$ och $z = 1$ b. Ingen lösning c. $x = 5 - t,\ y = t,\ z = -8$

Dagens 19/11.

6. För vilka värden på konstanterna a och b har ekvationssystemet $\begin{cases} -x + 3y + 2z = -8 \\ x \quad\quad + z = 2 \\ 3x + 3y + az = b \end{cases}$ precis en lösning? Oändligt många lösningar? Ingen lösning?

7. Lös for alla a-värden ekvationssystemet $\begin{cases} -2x + y + 2z = 3 \\ ax + 2y + z = 1 \\ x + 3y - z = 4 \end{cases}$.

8. Lös följande ekvationssystem simultant:

a $\begin{cases} 2x + y + z = 5 \\ 3x + y + 2z = 7 \\ 4x + 2y + z = 9 \end{cases}$ och $\begin{cases} 2x + y + z = 7 \\ 3x + y + 2z = 11 \\ 4x + 2y + z = 12 \end{cases}$

b. $\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ 3x + y + 2z = 2 \\ 4x + 3y + z = 1 \end{cases}$ och $\begin{cases} 2x + y + z = 2 \\ 3x + y + 2z = 1 \\ 4x + 3y + z = 2 \end{cases}$

c. $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ 3x + 2y = 2 \\ 4x + 3y = 1 \end{cases}$ och $\begin{cases} 2x + y = 0 \\ 3x + 2y = 0 \\ 4x + 3y = 0 \end{cases}$

d. $\begin{cases} 2x \quad\quad + z + 2w = 1 \\ 3x + 2y + 2z + w = 2 \\ 4x + 4y + 3z \quad\quad = 1 \end{cases}$ och $\begin{cases} 2x \quad\quad + z + 2w = 0 \\ 3x + 2y + 2z + w = 0 \\ 4x + 4y + 3z \quad\quad = 0 \end{cases}$.

9. Vad är villkoret på talet a för att ekvationssystemet $\begin{cases} x + 2y - 3z = 1 \\ 3x - y + 2z = a \\ x - 5y + 8z = 1 \end{cases}$ skall ha någon lösning?

Svar

6. Precis en lösning $\Leftrightarrow$ $a \neq 6$. Oändligt många lösningar $\Leftrightarrow$ $a = 6$ och $b = 0$.
Ingen lösning $\Leftrightarrow$ $a = 6$ och $b \neq 0$

7. $a = -1 \Rightarrow$ olösbart, $a \neq -1 \Rightarrow$ $x = \dfrac{-20}{7(a+1)}$, $y = \dfrac{11}{7}$, $z = \dfrac{5a - 15}{7(a+1)}$.

8. a. $x = 1$, $y = 2$, $z = 1$ och $x = 2$, $y = 1$, $z = 2$.
b. $x = 1 - t$, $y = t - 1$, $z = t$ och ingen lösning.
c. Ingen lösning och $x = 0$ $y = 0$ och $z = 0$.
d. Ingen lösning och $x = 2s - 3t$, $y = s$, $z = 4t - 4s$, $w = t$.

9. $a = 3$.