Dagens 23/2

1. Sök största och minsta värdet av funktionen $f(x,y) = x^2 + 2y^2 - x$ på cirkeln $x^2 + y^2 = 1$.

2. Sök största och minsta värdet av funktionen $f(x,y) = x^2 - 2xy + 2y^2 - 2y$ på och inom triangeln med hörnen i punkterna (2,-2), (2,3) och (-3,-2).

3. Sök största och minsta värdet av funktionen $f(x,y) = x^2 - y^2 + 4y$ då $x^2 + y^2 \leq 9$ och $y \geq 1$.

4. Visa att $\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2} \leq \sqrt{6}$ om $x^2 + y^2 \leq 1$.

5. Kan summan av tre positiva tal vara 5 om deras produkt är 8?

6. Bestäm värdemängden till funktionen $f(x,y) = x^2y + 2y^2 - 4xy$ då definitionsmängden ges av $0 \leq x \leq 4$ och $0 \leq y \leq x^2$.

Svar:

1. 9/4 och 0.

2. 24 och -1.

3. 11 och 3.

5. Aldrig i livet!

6. Intervallet [-2, 512].

Dagens 25/2. Detta är sista dagens

7. Ange en minstakvadratlösning till ekvationssystemet

a. $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - 2y = 0 \\ 2x - y = 11 \\ x - y = 0 \end{cases}$ b. $\begin{cases} x - y = 0 \\ x + z = 1 \\ x + 2y + 3z = 7 \\ x + y + 2z = 0 \end{cases}$

8. Punkterna $(x, y, z) = s(1,1,2) + t(2,1,0)$ bildar i $\mathbf{R}^3$ ett plan genom origo. Vilken av punkterna i planet ligger närmast punkten (3,-1,2) och vilket är det minimala avståndet?

9. Punkterna $(x, y, z, v) = s(1,1,2,0) + t(2,1,0,1)$ bildar i $\mathbf{R}^4$ ett plan genom origo. Vilken av punkterna i planet ligger närmast punkten (4,-3,2,-1) och vilket är det minimala avståndet?

10. Ange ekvationen för den räta linje $y = ax + b$ som i minstakvadratmening bäst anpassar till punkterna (-1,0), (0,1), (1,1) och (2,2). Beräkna också medelfelet.

11. Ange ekvationen för den parabel $y = ax^2 + bx + c$ som i minstakvadratmenling bäst anpassar till punkterna (-1,2), (0,1), (1,4) och (2,6). Beräkna också medelfelet.

12. Ange en minstakvadratlösning till ekvationssystemet $\begin{cases} x + 2y = 0 \\ 2x + y = 4 \\ x + y = 5 \end{cases}$. Beräkna också kvadratiska medelfelet.

13. Bestäm funktionen $y = ax + bx^2 + c\sin\frac{\pi x}{2}$ som i minstakvadratmening bäst anpassar mätvärdena (0,0), (1,4), (2,7) och (3,13).

14. Visa att det i en omgivning av punkten (1,2) finns precis en fumktion $z = z(x, y)$ med kontinuerliga partiella derivator sådan att $3z\sin(y - 2) + e^{x - z} = 1$ och $z(1,2) = 1$. Beräkna rikningsderivatan till funktionen z i punkten (1,2) i riktning mot punkten (4,6).

Svar:

7. a. $x = 4,\ y = 1$
   b. t.ex $x = 1,\ y = 2,\ z = 0$. (Allmän minstakvadratlösning $(1 - t, 2 - t, t)$.)

8. (13/7, 9/7, 10/7); $2\sqrt{21}/7$

9. (4/3, 1, 4/3, 1/3); $2\sqrt{57}/3$

10. $y = \frac{3}{5}x + \frac{7}{10}$; $\frac{\sqrt{5}}{10}$

11. $y = \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + \frac{7}{4}$; $\frac{\sqrt{5}}{4}$

12. $x = 3$, $y = -1$. Kvadratiska medelfelet = $\frac{\sqrt{33}}{3}$.

13. $y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}x^2 + 2\sin\frac{\pi x}{2}$

14. 3