

Dagens 8/12

- Bestäm talet a så att
 - vektorerna $\mathbf{u} = (a, 2, a + 2)$ och $\mathbf{v} = (a + 1, a + 3, 6)$ är parallella.
 - vektorerna $\mathbf{u} = (a, a, a + 2)$ och $\mathbf{v} = (a + 1, a + 3, a - 3)$ är ortogonala.
 - vektorerna $\mathbf{u} = (1, 1, 0)$ och $\mathbf{v} = (a, a - 1, a)$ bildar vinkel $\pi/4$.
- Visa att vektorerna $\mathbf{u} + \mathbf{v}$ och $\mathbf{u} - \mathbf{v}$ är ortogonala om och endast om vektorerna \mathbf{u} och \mathbf{v} har samma längd.
- Beräkna projektionen och dess längd av
 - $(5, 3, 2)$ på $(2, 2, 1)$.
 - $(a, 3, -3 - 2a)$ på $(2, -2, 1)$.
- Kraften $\mathbf{F} = (9, 4, 5)$ påverkar en kropp belägen i punkten $P = (2, 0, 0)$. Kroppen rör sig rätlinjigt mot punkten $Q = (3, 2, 2)$. Bestäm kraften som verkar i vägens riktning?
- Uppdela vektorn $(3, 2, -1)$ i två vinkelräta komponenter, av vilka den ena är parallell med vektorn $(2, 1, 2)$.
- Låt $\mathbf{u} = (1, 1, 2)$ och $\mathbf{v} = (2, 1, 1)$. Beräkna
 - $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$
 - $\mathbf{v} \cdot 2\mathbf{u}$
 - $(\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}) \cdot \mathbf{u}$
 - $\mathbf{u} \cdot |\mathbf{v} + \mathbf{v}| \cdot \mathbf{v}$
- Beräkna arean av triangeln ABC då $A = (2, 2, 1)$, $B = (2, 3, 2)$ och $C = (6, 5, 2)$.
 - Ligger punkten $D = (4, 5, 3)$ i det plan som går genom punkterna A , B , C ?

Svar:

- 1
 - 2 eller 1
 - 2
- $(4, 4, 2)$, 6
 - $(-2, 2, -1)$, 3
- $(3, 6, 6)$
- $\frac{2}{3}(2, 1, 2)$ och $\frac{1}{3}(5, 4, -7)$
- $(-1, 3, -1)$
 - $(2, -6, 2)$
 - $(7, 1, -4)$
 - $(-1, 3, -1)$
- 3
 - Ja

Dagens 10/12

8. En parallelepiped har fyra av sina hörn i punkterna $(1,1,2)$, $(2,1,0)$, $(0,1,1)$ och $(1,2,3)$. Beräkna dess volym.
9. Bestäm ekvationen för det plan som går genom punkterna $(1,1,2)$, $(2,2,1)$ och $(1,0,1)$. Beräkna också avståndet från punkten $(6,-1,2)$ till detta plan.
10. Bestäm ekvationen för det plan som innehåller punkten $(3,1,0)$ och linjen $\mathbf{r}(t) = (1-t, 1+t, 1+t)$.
11. Ett plan går genom punkten $(2,1,3)$ och är parallell med planet $x-2y+z=1$. Bestäm planets ekvation.
12. Ett plan går genom punkten $(2,1,3)$ och är vinkelrätt mot linjen $\mathbf{r}(t) = (1+t, 1+2t, 1+2t)$. Bestäm planets ekvation.
13. Linjen L går genom punkterna $(1,1,0)$ och $(2,2,1)$. Linjen K går genom punkten $(2,3,4)$ och är parallell med linjen L . Bestäm de båda linjernas ekvationer.
14. Linjen L går genom punkterna $(1,1,2)$ och $(2,2,1)$. Linjen K går genom punkten $(1,1,5)$ och skär linjen L under rät vinkel. Bestäm de båda linjernas ekvationer.
15. Ett plan går genom punkten $(2,1,3)$ och är parallell med de båda linjerna $\mathbf{r}(t) = (1+t, 1+2t, 1+2t)$ och $\mathbf{p}(t) = (3+2t, 2+t, 2+t)$. Bestäm planets ekvation.
16. Bestäm ekvationen för skärningslinjen mellan planen $3x+y+2z=1$ och $x-2y+z=0$.
17. Planet P går genom punkten $(3,2,1)$ och är parallell med de båda linjerna $\mathbf{r}(t) = (1+2t, 1+t, 2+2t)$ och $\mathbf{p}(t) = (t, 1+2t, 1+t)$. Bestäm planets ekvation. Beräkna också avståndet mellan planet och den första linjen.
18. Bestäm ekvationen för det plan som innehåller linjen $\mathbf{r}(t) = (1, t, 1+t)$ och som är vinkelrätt med planet $2x+2y+z=3$.
19. Punkterna A och B är symmetriska med avseende på planet $2x+y+z=11$. Bestäm B då $A = (1, 2, 1)$.
20. Ett plan P , ligger på avståndet 1 från planet $2x+3y+6z=7$. Bestäm P 's ekvation.
21. Punkterna A och B är symmetriska med avseende på linjen $x=3+t, y=2-t, z=2+t$. Bestäm B då $A=(2,0,1)$.
22. Beräkna avståndet mellan linjen $\mathbf{r}(t) = (1+3t, 3+t, -2t)$ och planet $x-y+z=4$.

Svar

- | | | | | | |
|-----|---|-----|-----------------------------------|-----|----------------------|
| 8. | 3. | 9. | $2x-y+z=3, 2\sqrt{6}$ | 10. | $x-y+2z=2$ |
| 11. | $x-2y+z=3$ | 12. | $x+2y+2z=10$ | | |
| 13. | $L: (x,y,z) = (1+t, 1+t, t)$. $K: (x,y,z) = (2+t, 3+t, 4+t)$. | | | | |
| 14. | $L: (x,y,z) = (2-t, 2-t, 1+t)$. $K: (x,y,z) = (t, t, 2t+3)$. | | | | |
| 15. | $z-y=2$. | 16. | $\mathbf{r}(t) = (1-5t, t, 7t-1)$ | 17. | $x-z=2, 3\sqrt{2}/2$ |
| 18. | $x-2y+2z=3$ | 19. | $(5, 4, 3)$. | | |
| 20. | $2x+3y+6z=0$ eller $2x+3y+6z=14$ | 21. | $(4, 4, 3)$. | 22. | $2\sqrt{3}$ |