KTH Matematik

5B1116, Matematik 2
Kontrollskrivning 5
Onsdagen December 6, 2006

- *Skrivtid:* **10:15-11:30.**
- Inga böker/anteckningar/räknare får användas.
- **Allt ska motiveras!** Ett svar utan förklaring är värt 0 poäng!
- Minsr 3 krävs för godsänt.

(1) (2 p.) Säg vilket påstående som gäller genom att kryssa K(Korrekt) eller F(Falsk).
Låt $f : D \to \mathbb{R}$, där $D \subset \mathbb{R}^n$ är en öppen mängd, vara en funktion av klass C^1.

(1)	Alla extrempunkter till f är stationära punkter till f.	K
(2)	Alla stationära punkter till f är extrempunkter till f.	F
(3)	f är inverterbar om och endast om $\det(f'(a)) \neq 0$ för någon $a \in D$.	F
(4)	Låt $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^m$ vara en funktion av klass C^1 Det gäller att $(g \circ f)'(a) = g'(f(a)) \cdot f'(a)$.	K

(2) (3 p.)Hitta alla extrempunkter till

$$f(x, y) = \frac{x}{y} + \frac{8}{x} - y.$$

Funktionen har bar en stationär punkt: $P = (-4, 2)$.
Man ser att i en omgivning av P är

$$f(-4+h, 2+k) - f(-4, 2) \cong Q(h, k) = -(\frac{1}{4}h^2 + \frac{1}{2}hk + k^2) = -((\frac{1}{2}h + \frac{1}{2}k)^2 + \frac{3}{4}k^2)$$

Eftersom Q är negativt definit är $(-4, 2)$ ett **lokalt maximum**.

(3) (4 p.) Bestäm de största och minsta värdena till

$$f(x, y) = sin(x)sin(y)$$

i området $K = \{(x, y), x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq \pi\}$.

(a) Det finns ingen stationär punkt i $K^0 = K - \partial K$.
Alla stationära punkter: $(0, \pi), (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\pi, 0)$ ligger på randen.

(b) Vi tittar på ∂K :

(i) På $x = 0, 0 \leq y \leq \pi$ och $y = 0, 0 \leq x \leq \pi$ är funktionen kostant och lika med 0.

(ii) På $y = \pi - x$ blir functionen $f(x) = \sin(x)^2$ $(\sin(\pi - x) = \sin(x).)$ Man får $(0, \pi), (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (\pi, 0)$ som extrem punkter.

Det följer att $f(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) = 1$ är det största värdet och $f(0, y) = f(x, 0) = 0$ är det minsta.

Lycka till!