KTH Matematik

5B1116 Matematik 2

26 Oktober, 2006

Contents

1. Linjära ekvationssystem.

En linjär ekvationssystem bestr av m linjära ekvationer i n obekanta (variabler):

$$\left\{\begin{array}{ccccccccc} a_{11}x_1 & + & a_{12}x_2 & + & \dots & a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 & + & a_{22}x_2 & + & \dots & a_{2n}x_n & = & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1}x_1 & + & a_{m2}x_2 & + & \dots & a_{mn}x_n & = & b_m \end{array}\right. \tag{1}$$

där alla a_{ij}, b_k äre reella tal.

En *lösning* till systemet består av n reella tal $(t_1, \dots, t_n)$ som satisfierar alla ekvationer.

2. Hur många lösningar kan ett ekvationssystem ha?

Ett linjärt ekvationssystem kan ha:

- ingen lösning.
- precis en lösning, detta händer bara när $m = n$ (INTE alltid när $n = m$).
- oändligt många lösningar, beroende på några parametrar. Detta händer när $n > m$.

3. Hur hittar man lösningar?

Vi säger att två system är *ekvivalenta* om de har samma lösningar. Man kan få en ekvivalent *enklare* system genom att genomföra *rad-operationer*:

(1) Att ersätta en ekvation med den ekvation plus en multipel av en av de andra ekvationerna.
(2) Att ersätta en ekvation med en multipel av sig själv.
(3) Att byta plats på två ekvationer.

4. Matris form till en kvationssystem.

Man kan associerar en tabell (*en matris*) till system (1):

$$\left(\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & ... & a_{1n} & b_1 \\ ... & ... & ... & ... & ... \\ a_{m1} & a_{m2} & ... & a_{mn} & b_m \end{array}\right)$$

Igen kan man hitta en *enklare matris* genom att genomföra *rad-operationer*:

(1) Att ersätta en rad med den rad plus en multipel av en av de andra raderna.
(2) Att ersätta en rad med en multipel av sig själv.
(3) Att byta plats på två rader.

5. Gauss-Jordan eliminationsmetod.

En matris av form:

$$\left(\begin{array}{ccccc|c} 1 & 0 & 0 & ... & * & b_1 \\ 0 & 1 & 0 & ... & * & b_2 \\ 0 & 0 & 1 & ... & * & b_3 \\ ... & ... & ... & ... & ... & ... \\ 0 & ... & 0 & 1 & * & b_m \end{array}\right)$$

där ingen rad består av alla nollor, kallas en *trapstegform matris*. Det byder att en upp-vïster del av matris ser ut som:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & ... \\ 0 & 1 & 0 & ... \\ 0 & 0 & 1 & ... \\ ... & ... & ... & ... \\ 0 & ... & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Metoden som använder radoperationer för att omvandla en matris till en trapstegform matris callas *Gauss-Jordan eliminations metod*.